

А.Г. Карпов

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Учебное методическое пособие по проведению
практических, лабораторных и самостоятельных
занятий**

ТОМСК 2023

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙ-
СКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

**Кафедра компьютерные системы в управлении
и проектировании (КСУП)**

А.Г. Карпов

ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

**Учебное методическое пособие по проведению
практических, лабораторных и самостоятельных
занятий**

2023

Карпов А.Г.

Теория автоматического управления: Учебное методическое пособие. – Томск: 2023. – 85 с.

В учебном методическом пособии приводится программа курса, даны рекомендации по изучению теории автоматического управления, приведены примеры решения задач, описание и порядок выполнения лабораторных работ, рекомендации по самостоятельной работе студентов.

Учебное методическое пособие предназначено для студентов направлений подготовки «Управление в технических системах» 27.03.04, Системный анализ и управление» 27.03.03, «Автоматизация технологических процессов и производств» 15.03.04 любых форм обучения, в том числе и с применением дистанционных образовательных технологий

© Карпов Александр Георгиевич, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|---|----|
| 1 Введение. | 5 |
| 2 Рабочая программа курса | 6 |
| 2.1 Введение | 6 |
| 2.2 Динамические характеристики элементов и систем автоматического управления. | 6 |
| 2.3 Устойчивость линейных САУ | 7 |
| 2.4 Качество и коррекция САУ | 8 |
| 2.5 Особые линейные системы | 9 |
| 3 Список рекомендуемой к изучению литературы | 10 |
| 3.1 Основная | 10 |
| 3.2 Дополнительная | 10 |
| 4 Методические рекомендации по изучению курса. | 11 |
| 4.1 Тема 1. Введение | 11 |
| 4.2 Тема 2. Динамические характеристики элементов и систем автоматического управления | 13 |
| 4.3 Тема 3. Устойчивость линейных САУ. | 15 |
| 4.4 Тема 4. Качество и коррекция САУ | 18 |
| 4.5 Тема 5. Особые линейные системы | 22 |
| 5 Практические занятия | 24 |
| 5.1 Математическое описание звеньев и систем | 24 |
| 5.2 Структурный анализ | 36 |
| 5.3 Устойчивость линейных систем | 38 |
| 5.4 Качество регулирования | 48 |
| 6 Лабораторные работы | 52 |
| 6.1 Описание и работа комплекса | 52 |
| 6.1.1 Назначение | 52 |
| 6.1.2 Технические характеристики | 52 |
| 6.1.3 Состав комплекса | 53 |
| 6.1.4 Установка | 53 |
| 6.1.5 Использование | 56 |

| | |
|---|----|
| 6.2 Лабораторная работа №1. Типовые звенья и их характеристики | 65 |
| 6.2.1 Цель работы | 65 |
| 6.2.2 Основные соотношения | 65 |
| 6.2.3 Порядок работы | 66 |
| 6.2.4 Содержание отчета | 67 |
| 6.2.5 Вопросы | 67 |
| 6.3 Лабораторная работа №2. Частотные характеристики линейных стационарных звеньев. | 68 |
| 6.3.1 Цель работы | 68 |
| 6.3.2 Основные соотношения | 68 |
| 6.3.3 Порядок работы | 69 |
| 6.3.4 Содержание отчета | 73 |
| 6.3.5 Вопросы | 73 |
| 6.4 Лабораторная работа №3. Временные характеристики линейных стационарных звеньев. | 74 |
| 6.4.1 Цель работы | 74 |
| 6.4.2 Основные соотношения | 74 |
| 6.4.3 Порядок работы | 76 |
| 6.4.4 Содержание отчета | 77 |
| 6.4.5 Вопросы | 77 |
| 6.5 Лабораторная работа №4. Коррекция линейных САУ | 78 |
| 6.5.1 Цель работы | 78 |
| 6.5.2 Основные соотношения | 78 |
| 6.5.3 Порядок работы | 83 |
| 6.5.4 Содержание отчета | 84 |
| 6.5.5 Вопросы | 85 |

1 ВВЕДЕНИЕ.

Теория автоматического управления (ТАУ) является одной из наиболее важных общетехнических дисциплин специальности «Информатика и управление в технических системах». Изучение ТАУ опирается на ряд фундаментальных общеобразовательных и общетехнических дисциплин, таких как высшая математика, физика, теория вероятности и математическая статистика, основы теории цепей, теоретические основы электротехники, математические основы теории систем и др. Без знания этих дисциплин невозможно успешное освоение курса ТАУ.

Целью преподавания курса является подготовка студентов к практическому применению методов теории автоматического управления для решения прикладных задач автоматизации.

Основными задачами курса являются:

- ознакомление студентов с современным состоянием теории автоматического управления;
- привитие студентам навыков теоретического анализа и синтеза систем автоматического управления;
- привитие студентам навыков экспериментального проектирования и исследования систем автоматического управления.

2 РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА

2.1 Введение

Краткая история возникновения и развития теории автоматического управления и регулирования. Основные понятия и определения: объект управления, управляющее, возмущающее воздействие, управляющее устройство, управляемые переменные, система автоматического управления (САУ).

Принципы и законы управления. Характеристики объекта управления и САУ. Классификация САУ: по типу математического описания, по используемой априорной и рабочей информации об объекте. Задачи анализа и синтеза САУ.

2.2 Динамические характеристики элементов и систем автоматического управления.

Понятие динамического звена направленного действия. Виды математического описания звеньев.

Составление дифференциальных уравнений звеньев. Линеаризация. Стандартные формы записи дифференциальных уравнений.

Преобразования Фурье и Лапласа. Уравнения в изображениях. Передаточная функция линейных звеньев и систем.

Временные характеристики: переходная и весовая характеристики, их связь с передаточной функцией, методы их определения.

Частотные характеристики: амплитудно-частотная, фазовая частотная, логарифмические характеристики, частотная передаточная функция. Связь частотных характеристик с передаточной функцией, методы получения частотных характеристик.

Система уравнений в переменных состояния. Векторно-матричная форма записи уравнений состояния. Стандартные форма записи уравнений состояния. Фазовое пространство, фазовая траектория. Связь уравнений состояния с передаточной функцией.

Понятие типового звена. Характеристики и уравнения типовых звеньев. Структурный анализ САУ: структурные схемы и их эквивалентные преобразования. Формула Мэйсона. Передаточные функции и уравнения разомкнутой и замкнутой САУ.

2.3 Устойчивость линейных САУ

Понятие устойчивости САУ. Возмущенное и невозмущенное движение. Асимптотическая устойчивость. Необходимое и достаточное условие устойчивости линейной САУ.

Критерии устойчивости. Алгебраические критерии устойчивости: необходимый критерий устойчивости, критерии Рауса, Гурвица, Вышнеградского. Частотные критерии: критерии Михайлова и Найквиста.

Понятие запасов устойчивости. Влияние параметров САУ на устойчивость. Построение областей устойчивости. D-

разбиение Неймарка: разбиение в области одного и двух параметров. Связь D -разбиения и частотных критериев устойчивости.

Определение устойчивости САУ по уравнениям состояния.

2.4 Качество и коррекция САУ

Понятие качества работы САУ. Общая характеристика критериев качества.

Точностные критерии качества. Оценка точности САУ в типовых режимах: статический режим, режим с постоянной скоростью, ускорением и т.д., типовой режим при гармоническом воздействии. Коэффициенты ошибок, их вычисление. Понятие астатизма системы.

Оценка быстродействия и запаса устойчивости по переходной характеристике. Корневые критерии качества: степень устойчивости и степень колебательности.

Оценка качества САУ по частотным характеристикам.

Интегральные оценки качества.

Общие методы повышения точности САУ. Методы теории инвариантности. Комбинированное управление, неединичные обратные связи, введение интегралов и производных в закон управления.

Коррекция САУ. Корректирующие звенья, их типы. Последовательные корректирующие звенья, их примеры. Параллельные корректирующие звенья, жесткие и гибкие обратные связи, их влияние на динамику САУ.

Общие принципы повышения запаса устойчивости (демпфирования) САУ.

2.5 Особые линейные системы

Системы с переменными параметрами (нестационарные системы). Общие понятия, примеры, особенности. Методы исследования нестационарных систем: метод замороженных реакций, метод замороженных коэффициентов, метод последовательных приближений, графические методы. Методы решения нестационарных дифференциальных уравнений. Весовая функция нестационарных систем. Нормальная и сопряженная весовая функции. Методы нахождения весовой функции. Параметрическая передаточная функция, методы ее нахождения. Оценка устойчивости и качества регулирования.

Системы с запаздыванием и системы с распределенными параметрами. Особенности динамики. Звено постоянного запаздывания, его передаточная функция. Исследование устойчивости и качества управления.

3 СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ К ИЗУЧЕНИЮ ЛИТЕРАТУРЫ

3.1 Основная

- 1 Душин С.Е., Зотов И.С. и др. Под ред. В.Б. Яковлева, «Теория автоматического управления». Учебник. М.: «Высшая школа», 2003. Гриф Минобразования.
- 2 Корилов А..М. «Основы теории управления». Учебное пособие., Томск: Изд-во НТЛ, 2002, 391 с. Гриф Минобразования.
- 3 Фельдбаум А.А., Бутковский А.Г. Методы теории автоматического управления. М.: Наука, 1971, 743 с.
- 4 Малышенко А.М., Вадутов О.С. Сборник тестовых задач по теории автоматического управления. Томск: Изд-во Томского политехн. ун-та, 2008, 368 с.

3.2 Дополнительная

5. Карпов А.Г. Теория автоматического управления. Часть 1: Учеб. пособие – Томск: ТМЛ-Пресс, 2011, 212 с.
6. Карпов А.Г. Теория автоматического управления. Часть 2: Учеб. пособие – Томск: ТМЛ-Пресс, 2012, 269 с.
7. Карпов А.Г. Математические основы теории систем. Учебное пособие. – Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2002. Часть2, 138 с.

4 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ КУРСА.

4.1 Тема 1. Введение

Основными учебниками, рекомендованными к изучению, являются [1], [2]. Изучение теории автоматического управления начинается с освоения основных терминов, понятий и определений. А перед этим желательно ознакомиться с историей возникновения и развития теории управления как науки, с основными историческими этапами и периодами, с вкладом отечественных и зарубежных ученых и инженеров в становление и развитие теории автоматического управления. Подробно история развития ТАУ изложена в [2].

Знакомиться с основными понятиями и терминами теории управления лучше всего, если представить систему управления в виде графического изображения двух блоков: объекта управления и управляющего устройства со своими связями друг с другом и с внешней средой. Эта же схема поможет и при ознакомлении с принципами управления.

Когда мы начинаем различать системы по их свойствам, мы тем самым вводим их классификацию. Основания классификации, т.е. те свойства, по которым различаются системы, могут быть самыми разными. Чаще всего классифицируют системы по виду математического описания, по характеру сигналов, по

использованию априорной и рабочей (или по принципу управления) информации об управляемом объекте.

Заканчивая изучение первой темы, студент должен ясно понимать, какие задачи ставятся и решаются в теории автоматического управления и как ТАУ связана с другими специальными и обще техническими дисциплинами.

Вопросы для самопроверки

1. Перечислите этапы возникновения и развития ТАУ.
2. Назовите фамилии хотя бы нескольких зарубежных и отечественных ученых или инженеров, внесших значительный вклад в развитие ТАУ.
3. Дайте определение управляющим и возмущающим воздействиям. Каково различие между ними?
4. Какие системы называются линейными; стационарными; многомерными?
5. Назовите достоинства и недостатки принципов управления (регулирования).
6. В чем заключается различие между непрерывными и дискретными системами?
7. Что такое системы обыкновенные; оптимальные; адаптивные?

4.2 Тема 2. Динамические характеристики элементов и систем автоматического управления

Классическое (частотное) описание систем и звеньев – это дифференциальные уравнения высокого порядка. Как правило, уравнения реальных звеньев являются нелинейными. Необходимо четко представлять, в каких случаях и как возможно упрощенное описание таких звеньев в виде линейных (а точнее линеаризованных) уравнений.

Описание звеньев (систем) линейными уравнениями непосредственно связано с их описанием в виде передаточных функций. Характеристики, с помощью которых также можно описывать звенья (системы), делятся на временные и частотные. Удобство применения того или иного описания звеньев (систем) зависит от того, в какой области – временной или частотной, производится исследование систем. Студент должен четко представлять себе взаимосвязь дифференциальных уравнений, передаточных функций, частотных и временных характеристик и уметь получать одно из другого.

Описание систем в пространстве состояний – это представление того же уравнения высокого порядка в виде системы уравнений первого порядка. Такой переход может быть произведен бесконечным числом способов, но, как правило, уравнения состояния записывают в канонической (нормальной) си-

стеме координат, или в стандартной форме (каноническая форма фазовой переменной).

Для упрощения исследования систем их принято разбивать на т.н. типовые звенья. Для лучшего изучения типовых звеньев рекомендуется получить аналитическое выражение и графики функций временных и частотных характеристик основных типовых звеньев: аperiodического первого и второго порядка, идеальных интегрирующего и дифференцирующего, изотропного, форсирующего, колебательного. Хорошее представление о типовых звеньях в значительной степени предопределил успешное освоение последующих тем изучаемой дисциплины.

Одним из наиболее наглядных способов математического описания САУ является структурная схема, представляющая собой набор определенным образом связанных между собой типовых звеньев. Структурная схема полностью отражает динамические свойства всех элементов, входящих в систему. Использование структурных схем позволяет легко производить переход от передаточной функции к дифференциальным или операторным уравнениям; дает целостное представление о составе системы и путях её целенаправленного изменения при синтезе. При проведении структурного анализа необходимо помнить и уметь применять либо все правила структурных преобразований либо формулу Мэйсона (в идеале, конечно, и то и другое).

При изучении передаточных функций систем нужно обратить особое внимание на связь передаточных функций разомкнутой и замкнутой систем, передаточных функций по ошибке (разомкнутой и замкнутой системы), передаточных функций по задающему и возмущающему воздействиям.

Вопросы для самопроверки

1. Назовите условия линеаризации нелинейных уравнений.
2. Как связаны дифференциальные уравнения и передаточные функции?
3. Перечислите временные характеристики и напишите формулу, связывающую их.
4. Что такое АЧХ, ФЧХ и как их получить из передаточной функции; из дифференциального уравнения?
5. Напишите формулу, связывающую функцию веса и АЧХ.
6. Напишите и поясните формулу Мэйсона.
8. Получите по структурной схеме простейшей одноконтурной системы передаточные функции: по задающему воздействию для разомкнутой и замкнутой системы; по возмущающему воздействию для разомкнутой и замкнутой системы; по ошибке для разомкнутой и замкнутой системы.

4.3 Тема 3. Устойчивость линейных САУ.

Это одна из наиболее важных тем, поскольку вопросы об устойчивости возникают при любом исследовании систем, будь

то анализ или синтез. Любая система работоспособна только в том случае, если она устойчива.

Приступая к изучению данной темы, прежде всего, необходимо уяснить само понятие, физический смысл и математические условия устойчивости систем, а также обратить внимание на особенности определения устойчивости реальных нелинейных систем по их линеаризованному уравнению на основе теорем А.М. Ляпунова.

Поскольку все критерии устойчивости основаны на анализе характеристического уравнения системы, студент должен уметь составлять эти уравнения, как для замкнутой, так и для разомкнутой системы. Необходимо различать алгебраические и частотные критерии устойчивости, уметь составлять определители Гурвица, выражение для кривой Михайлова, уметь формулировать и применять критерий Найквиста. При использовании критерия Найквиста нужно понимать, что замкнутая системы может быть устойчивой, несмотря на то, что разомкнутая системы является неустойчивой.

Для системы, заданной уравнениями состояния, необходимо умение составлять её характеристическое уравнение для дальнейшего применения критериев устойчивости.

При решении практических задач часто необходимо иметь сведения о том, как влияет тот или иной параметр на устойчивость системы. Отсюда возникает необходимость определения областей устойчивости по этим параметрам (D-разбиение).

Студент должен ясно понимать, как производится такое разбиение, как определять критические значения параметров, иметь представление о том, что такое запасы устойчивости, и как их находить. Особое внимание нужно обратить на определение запасов устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам.

Вопросы для самопроверки

1. Сформулируйте необходимое и достаточное условие устойчивости применительно к весовой функции системы.
2. Сформулируйте необходимое и достаточное условие устойчивости применительно к передаточной функции системы.
3. Сформулируйте необходимый алгебраический критерий устойчивости.
4. Запишите в общем виде матрицу Гурвица.
5. В чем отличие критерия Найквиста от всех остальных?
6. Как определяется устойчивость по логарифмическим характеристикам?
7. Что такое D -разбиение?
8. Что понимается под критическим значением какого-либо параметра?
9. По передаточной функции системы составьте выражение для кривой Михайлова.

4.4 Тема 4. Качество и коррекция САУ

Помимо устойчивости, работоспособность САУ оценивается качеством ее работы, под которым понимаются определённые показатели, характеризующие процесс управления. Необходимо четко представлять себе, какие показатели определяют качество работы системы, на какие группы делятся эти показатели, как их определять прямыми или косвенными методами.

Основным показателем качества работы САУ является её точность (динамическая ошибка). Критериями точности служат ошибки в типовых режимах. В ТАУ ошибки рассматриваются отдельно по управляющему и возмущающему воздействиям, которые изменяются во времени по определенной зависимости (т.н. типовые режимы – постоянное воздействие, изменяющееся с постоянной скоростью, с постоянным ускорением и т.д.). Студент должен уметь находить аналитическое выражение ошибки для всех случаев и уметь выбирать при заданной точности требуемый общий коэффициент усиления. Необходимые зависимости проще всего определять по операторным выражениям для ошибок. Нужно знать и уметь применять метод коэффициентов ошибок для медленно меняющихся воздействий. Одновременно нужно освоить методы повышения точности. К общим методам повышения точности относятся увеличение общего коэффициента усиления, повышения порядка астатизма и применение регулирования по производным от ошибки. Нуж-

но ясно представлять себе, какой из этих методов и как влияет на составляющие общей ошибки.

Когда речь идет о повышении точности, важным моментом является применение методов теории инвариантности. Если в системе компенсируется (предотвращается) действие возмущающего воздействия на выходную переменную, то говорят, что такая система является инвариантной (независимой) по отношению к этому возмущению. Для реализации требований инвариантности САУ дополняют корректирующей связью (системы комбинированного управления) или меняют определенным образом передаточные функции отдельных звеньев системы. При изучении этой темы нужно понимать, что такое полная и частичная инвариантность и как они достигаются.

При изучении темы качества переходных процессов студент должен обратить внимание на частотные и интегральные оценки качества, уметь оценивать качество переходных процессов по расположению корней характеристического уравнения. Показатели качества переходных процессов при отсутствии нулей передаточной функции однозначно определяются корнями характеристического уравнения.

Нужно понимать, что каждый метод оценки качества регулирования имеет свои достоинства и недостатки, и свою область применения.

Помимо косвенных критериев качества можно пользоваться и прямыми методами оценки, но для этого находить переход-

ной процесс можно либо классическим решением дифференциальных уравнений, либо применяя операторные методы. Для успешного освоения этих методов необходимо вспомнить соответствующие разделы курса «Математические основы теории систем».

Для обеспечения устойчивости и заданного качества процесса управления в САУ включаются дополнительные элементы, так называемые корректирующие устройства.

В зависимости от способа включения различают последовательные и параллельные корректирующие устройства (иногда разновидность параллельных корректирующих средств называют встречно-параллельным включением или включением обратной связью). Последовательные корректирующие устройства включаются в основной контур тогда, когда функциональная зависимость выходного сигнала от входного выражена в виде зависимости тока или напряжения. В этом случае последовательные корректирующие устройства просто реализовать в виде RC-цепочек. Параллельные корректирующие устройства используют тогда, когда требуется применить сложный закон управления с введением производных или интегралов от ошибки. И, наконец, встречно-параллельные корректирующие устройства применяют в основном в виде местных обратных связей. Нужно понимать, что для линейных систем существует эквивалентность всех этих видов корректирующих устройств, т.е. всегда, например, для последовательного корректирующего

устройства можно подобрать эквивалентное ему параллельное или включенное обратной связью корректирующее устройство.

При изучении данной темы прежде всего нужно убедиться, что введение последовательного или параллельного корректирующего устройства позволит улучшить динамические свойства системы. Лучше всего это видно при рассмотрении амплитудных частотных и фазовых частотных характеристик САУ до и после введения корректирующих устройств. Наиболее распространенным и хорошо разработанным является метод синтеза по логарифмическим частотным характеристикам. Этому методу нужно уделить наибольшее внимание.

Вопросы для самопроверки

1. Запишите на основании теоремы о конечном значении выражение для определения статической ошибки.
2. Как зависит величина ошибки САУ от общего коэффициента усиления при различных воздействиях?
3. Дайте определение статической и астатической системы.
4. Какие существуют способы устранения статических ошибок?
5. Какими показателями качества можно охарактеризовать переходной процесс в системе?
6. Как определяется степень устойчивости?
7. Как определяется степень колебательности?

8. Какие Вы знаете интегральные критерии качества САУ? Их достоинства и недостатки, область применения.
9. Перечислите методы повышения точности.
10. Что такое инвариантная система?
11. Назовите основные методы, позволяющие сделать систему инвариантной.

4.5 Тема 5. Особые линейные системы

При изучении данной темы следует, прежде всего, уяснить, какие системы относятся к особым линейным системам.

Для систем с переменными параметрами нужно знать, какие из уравнений, описывающие такие системы, можно решать точными методами, а для каких возможно только приближенное решение. Необходимо знать, как производить математическое описание систем с переменными параметрами, представлять себе особенности временных характеристик и передаточных функций таких систем и уметь получать это математическое описание.

Для систем с постоянным запаздыванием требуется умение строить временные и частотные функции таких систем, понимать особенности этих функций по сравнению с описанием обыкновенных систем без запаздывания. При определении устойчивости систем с запаздыванием нужно понимать, что

наличие постоянного запаздывания, как правило, приводит к ухудшению условий устойчивости. Исследование, как устойчивости, так и переходных процессов для систем с постоянным запаздыванием осуществляется с применением частотных методов, поэтому так важно умение получать и строить частотные характеристики отдельных звеньев и систем в целом с учетом звена постоянного запаздывания.

Вопросы для самопроверки

1. Какие системы относятся к особым линейным системам?
2. Перечислите методы решения нестационарных дифференциальных уравнений.
3. В чем суть метода замороженных коэффициентов?
4. Как применять преобразование Лапласа для решения нестационарных дифференциальных уравнений?
5. Какого рода уравнения с переменными параметрами подлежат точному решению?
6. Какие особенности имеют системы с постоянным запаздыванием?
7. Напишите передаточную функцию звена постоянного запаздывания.

8. Как меняются частотные характеристики системы с введением звена постоянного запаздывания?

5 ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

Практические занятия состоят в решении задач по отдельным темам курса. Можно все задачи разделить на ряд тем:

1. Математическое описание звеньев и систем.
2. Структурный анализ.
3. Устойчивость линейных систем
4. Качество регулирования.
5. Элементы синтеза линейных систем.
6. Линейные системы с переменными параметрами.
7. Линейные системы с постоянным запаздыванием.
8. Анализ устойчивости нелинейных систем.
9. Статистическая динамика линейных систем.
10. Статистическая динамика нелинейных систем.
11. Оптимальные системы и методы их исследования.

Задачи, рекомендованные к решению, берутся из сборника задач [4].

5.1 Математическое описание звеньев и систем

Классическое описание линейных систем – это обыкновенное линейное дифференциальное уравнение n -го порядка или передаточная функция, однозначно связанная с дифференци-

альным уравнением. Студенты должны уяснить, что передаточная функция звена (системы) можно получить формальным решением дифференциального уравнения относительно выхода при замене оператора дифференцирования буквой s .

Если обозначить выход звена (системы) через $y(t)$, а вход — через $r(t)$, то в общем виде линейное дифференциальное уравнение n -го порядка выглядит следующим образом:

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_n y = b_0 r^{(m)} + b_1 r^{(m-1)} + \dots + b_m r$$

Введя обозначение оператора дифференцирования, это уравнение можно представить как:

$$a_0 s^n y + \dots + a_n y = b_0 s^m r + \dots + b_m r$$

Формально разрешив последнее уравнение относительно $y(t)$, получим:

$$y = \frac{b_0 s^m + \dots + b_m}{a_0 s^n + \dots + a_n} \cdot r = W(s) \cdot r,$$

Оператор $W(s)$ по виду полностью совпадает с передаточной функцией, которая по определению есть отношение преобразования Лапласа выходного сигнала к преобразованию Лапласа входного сигнала при нулевых начальных условиях.

В зависимости от того, во временной или частотной области исследуется звено (система), описывать это звено (систему) можно либо временными, либо частотными характеристиками.

К временным характеристикам относятся переходная характеристика (графическое изображение переходной функции) и импульсная переходная (или весовая) характеристика (графическое изображение импульсной переходной или весовой функции). Переходная функция – это реакция (выход) звена (системы) на типовое воздействие в виде единичной ступенчатой функции. Весовая функция – это реакция на бесконечно большой по величине и бесконечно малый по длительности импульс. Математические обозначения всех перечисленных функций следующие:

$h(t)$ – переходная функция,

$w(t)$ – весовая функция,

$1(t)$ – единичная ступенчатая функция,

$\delta(t)$ – дельта-функция или идеальная импульсная функция.

Связь временных функций между собой выражается соотношением:

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Связь временных функций с дифференциальным уравнением и передаточной функцией вытекает из решения дифферен-

циального уравнения звена (системы) при подстановке в качестве входного сигнала $r(t)$ единичной ступенчатой или идеальной импульсной функции. Используя свойства преобразования Лапласа, можно предложить другой вариант определения временных функций. Учитывая, что преобразование Лапласа от единичной ступенчатой функции равно $\frac{1}{s}$, связь переходной и передаточной функций определяется преобразованием Карсона-Хевисайда:

$$W(s) = s \int_0^{\infty} h(t) e^{-st} dt,$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{W(s)}{s} e^{ts} ds.$$

Преобразование Лапласа от δ -функции равно единице, поэтому связь весовой и передаточной функций устанавливается преобразованием Лапласа:

$$W(s) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-st} dt,$$

$$w(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(s) e^{ts} ds.$$

Физический смысл частотных характеристик вытекает из рассмотрения установившегося режима работы системы при поступлении на её вход гармонического сигнала $r(t) = Ae^{j\omega t}$. В этом случае связь между входом и выходом системы выражается соотношением:

$$y(t) = W(j\omega) Ae^{j\omega t}.$$

Из этого соотношения следует, что амплитуда сигнала на выходе изменится в $|W(j\omega)|$ раз, а фаза претерпевает изменение на величину $\arg W(j\omega)$. Соответствующие зависимости частоты - $A(\omega) = |W(j\omega)|$ и $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ и носят название амплитудно- и фазо – частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) соответственно. Таким образом, амплитудно-частотная функция есть модуль частотной передаточной функции $W(j\omega)$, а фазо-частотная функция – это аргумент (арктангенс отношения мнимой части к действительной) частотной передаточной функции $W(j\omega)$.

Типовым называется звено, представленное дифференциальным уравнением не выше второго порядка. Наиболее часто встречающиеся типовые звенья:

1. Безинерционное (усилительное) звено $W(s) = k$,

2. Интегрирующее (идеальное) звено $W(s) = \frac{k}{s}$,

3. Дифференцирующее (идеальное) звено $W(s) = k \cdot s$,

4. Аperiodическое (первого порядка) звено: $W(s) = \frac{k}{Ts + 1}$,

5. Форсирующее (идеальное) звено $W(s) = k(Ts + 1)$,

6. Изодромное звено $W(s) = k_1 + \frac{k_2}{s}$,

7. Колебательное звено:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}, \quad (0 < \xi < 1)$$

8. Консервативное (идеальное колебательное) звено:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1},$$

9. Аperiodическое (второго порядка) звено:

$$W(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 2\xi Ts + 1}, \quad (1 \leq \xi).$$

Пример 1. Получить выражение для временных и частотных функций звена, описываемого уравнением:

$$5 \frac{dx_{\text{блх}}}{dt} + 2x_{\text{блх}} = 3x_{\text{вх}}.$$

Преобразуем уравнение к операторному виду, заменив оператор дифференцирования $\frac{d}{dt} = s$:

$$5sx_{\text{блх}} + 2x_{\text{блх}} = 3x_{\text{вх}} .$$

Перейдем к передаточной функции, решив уравнение формально относительно выходной величины:

$$5sx_{\text{блх}} + 2x_{\text{блх}} = 3x_{\text{вх}} ,$$

$$(5s + 2)x_{\text{блх}} = 3x_{\text{вх}} ,$$

$$x_{\text{блх}} = \frac{3}{5s + 2} \cdot x_{\text{вх}} ,$$

$$W(s) = \frac{3}{5s + 2} .$$

Поскольку весовая функция связана с передаточной функцией преобразованием Лапласа, находим по таблицам оригинал функции $W(s) = \frac{3}{5s + 2} \Leftrightarrow 0,6 \cdot e^{-\frac{2t}{5}}$. Таким образом, окончательно получаем:

$$w(t) = 0,6 \cdot e^{-0,4t} \cdot 1(t) = \begin{cases} 0,6 \cdot e^{-0,4t} & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Умножение на $1(t)$ говорит о том, что весовая функция равна нулю при отрицательном времени, т.е. до момента поступле-

ния на вход δ -функции (условие физической реализуемости звена).

Можно временные функции найти и другим методом, решив непосредственно исходное дифференциальное уравнение. Проведём решение для случая, когда входным воздействием является единичная ступенчатая функция $1(t)$, а начальные условия – нулевые. Выходом в этом случае будет переходная функция $h(t)$. Как известно, решение дифференциального уравнения состоит из суммы общего решения однородного дифференциального уравнения, соответствующего данному, и частного решения неоднородного уравнения. Составляем однородное уравнение, приравняв правую часть нулю:

$$5 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + 2x_{\text{вых}} = 0 .$$

Далее составляем характеристическое уравнение, соответствующее однородному дифференциальному уравнению:

$$5s + 2 = 0 .$$

Решая последнее уравнение, находим единственный корень характеристического уравнения:

$$s_1 = -0,4 .$$

После этого записываем общее решение однородного уравнения:

$$y_o(t) = c_1 \cdot e^{s_1 t} = c_1 \cdot e^{-0,4t}.$$

Частное решение, т.е. установившееся значение выхода для столь простой правой части исходного дифференциального уравнения будет, очевидно, $y_n = \frac{3}{2}$ при $t > 0$. Т.о. общее решение будет равняться сумме $y(t) = y_o(t) + y_n = c_1 \cdot e^{-0,4t} + 1,5$. Осталось определить постоянную интегрирования c_1 из начальных условий $y(0) = 0$. Подставляя в решение $t = 0$, получим:

$$y(0) = y_o(0) + y_n = c_1 \cdot 1 + 1,5 = 0,$$

откуда следует, что $c_1 = -1,5$ и переходная функция равна

$$h(t) = y(t) = 1,5(1 - e^{-0,4t}) \cdot 1(t).$$

Весовую функцию можно найти, взяв производную от переходной функции:

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \begin{cases} 1,5 \cdot 0,4 \cdot e^{-0,4t} & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases} = \begin{cases} 0,6 \cdot e^{-0,4t} & \text{при } t \geq 0, \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

Разумеется, результат получился то же самый.

Теперь найдем амплитудно-частотную и фазо-частотную функции. Возвращаемся к найденной передаточной функции и подставляем $s = j\omega$:

$$W(s)\big|_{s=j\omega} = W(j\omega) = \frac{3}{2 + j5\omega}.$$

Амплитудно-частотная функция – это модуль полученного выражения:

$$A(\omega) = \left| \frac{3}{2 + j5\omega} \right| = \frac{3}{\sqrt{2^2 + (5\omega)^2}} = \frac{3}{\sqrt{4 + 25\omega^2}}.$$

Фазовая частотная функция – это аргумент частотной передаточной функции, т.е.

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{5}{2} \omega.$$

Комментарий: как определить модуль и аргумент комплексного числа, студенту должно быть известно из курса высшей математики.

Определим логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ).

Известно, что ЛАЧХ определяется выражением:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega).$$

Данная характеристика имеет размерность дБ (децибелы) и показывает изменение отношения мощностей выходной величины к входной. Для удобства ЛАЧХ строят в логарифмическом масштабе в виде асимптотических прямых линий.

$$L(\omega) = 20 \lg \frac{3}{\sqrt{4 + 25\omega^2}} = 20 \lg \frac{3}{2\sqrt{1 + \frac{25}{4}\omega^2}}.$$

Первая асимптота будет при частоте $\omega < \omega_c = \frac{2}{5}$.

При этом условии вторым слагаемым под квадратным корнем в знаменателе можно пренебречь и уравнение первой асимптоты будет:

$$L_1(\omega) = 20 \lg \frac{3}{2}.$$

Это уравнение прямой линии, параллельной оси абсцисс и отстоящей от нее на величину $20 \lg \frac{3}{2}$.

Вторая асимптота будет при частоте $\omega > \omega_c = \frac{2}{5}$. В этом случае пренебрегаем первым слагаемым под квадратным корнем знаменателя. Уравнение второй асимптоты будет:

$$L_2(\omega) = 20 \lg \frac{3}{5\omega} = 20 \lg \frac{3}{5} - 20 \lg \omega.$$

Это уравнение прямой линии, проходящей с наклоном -20 дБ/дек . Две асимптоты пересекаются в точке с частотой $\omega_c = \frac{2}{5}$.

Амплитудно-фазочастотная функция (АФЧХ) – это график зависимости частотной передаточной функции от частоты, построенный в комплексной плоскости, т.е. это параметрическая зависимость вещественной и мнимой части частотной передаточной функции от частоты. Чтобы получить эту зависимость, представим частотную передаточную функцию в таком виде:

$$W(j\omega) = U(\omega) + V(\omega) = 3 \left(\frac{2}{4 + 25\omega^2} - j \frac{5\omega}{4 + 25\omega^2} \right).$$

Возведем в квадрат действительную и мнимую части и сложим их:

$$\begin{aligned} U^2(\omega) + V^2(\omega) &= 3^2 \left(\frac{4}{(4 + 25\omega^2)^2} + \frac{25\omega^2}{(4 + 25\omega^2)^2} \right) = \\ &= 3^2 \left(\frac{1}{4 + 25\omega^2} \right) = 3^2 \frac{U(\omega)}{2}. \end{aligned}$$

Перенеся правую часть влево, и дополнив до полного квадрата, получим:

$$\left(U(\omega) - \frac{3}{2} \right)^2 + V^2(\omega) = \left(\frac{3}{2} \right)^2.$$

Полученное уравнение – уравнение окружности с центром в точке $\frac{3}{2}$ и радиусом $\frac{3}{2}$. АФЧХ – это нижняя часть окружности, т.к. фазовый сдвиг для всех частот отрицательный.

5.2 Структурный анализ

Решение задач по этой теме, как правило, связано с определением передаточной функции системы в целом по передаточным функциям звеньев. Упрощение структурной схемы системы осуществляется согласно правилам структурных преобразований:

- перенос сумматора с выхода на вход звена,
- перенос сумматора с входа на выход звена,
- перенос узла с выхода на вход звена,
- перенос узла с входа на выход звена,
- перемена местами сумматора и узла,
- замена прямой связи на обратную,
- замена обратной связи на единичную обратную связь,
- перемена местами сумматоров,

– перемена местами узлов.

Кроме этого весьма эффективным является применение формулы Мэйсона:

$$W(s) = \frac{1}{\Delta} \sum W_{np_i}(s) \cdot \Delta_i(s),$$

где введены обозначения:

$$\Delta(s) = 1 - \sum_i W_i(s) + \sum_{i,j} W_i(s) \cdot W_j(s) - \sum_{i,j,k} W_i(s) \cdot W_j(s) \cdot W_k(s) + \dots$$

Второй член в этой сумме равен сумме передаточных функций всех контуров обратной связи, третий, четвертый и т.д. член – суммы произведений двух, трех и т.д. контуров обратных связей, не перекрещивающихся между собой.

$W_{np_i}(s)$ – передаточная функция i -го прямого пути от входа к выходу, $\Delta_i(s)$ – передаточная функция, остающаяся от $\Delta(s)$ после изъятия i -го прямого пути (при этом разрушаются все контуры обратных связей, имеющие общие точки с этим прямым путем).

Все передаточные функции должны браться со своим знаком в зависимости от знаков сигналов на выходе соответствующих звеньев.

5.3 Устойчивость линейных систем

Решение задач по этой теме предполагает знание студентом понятия устойчивости, умения определять устойчивость непосредственно по дифференциальному уравнению (алгебраические критерии устойчивости) и при помощи частотных критериев устойчивости.

Пример 2. Применение необходимого алгебраического критерия.

Задано уравнение системы:

$$5s^4 y(t) + 2s^3 y(t) - 0,1s^2 y(t) + sy(t) = 2r(t),$$

где $s = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Определить устойчивость данной системы.

Система неустойчива, потому что не выполняется необходимый критерий устойчивости: коэффициенты характеристического уравнения имеют разные знаки.

Пример 3. Применение необходимого алгебраического критерия.

Задано уравнение системы:

$$5s^4 y(t) + 2s^3 y(t) + sy(t) = 2r(t),$$

где $s = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Определить устойчивость данной системы.

Система неустойчива, так как не выполняется необходимый критерий устойчивости: коэффициент при второй производной равен нулю.

Пример 4. Применение необходимого алгебраического критерия.

Задано уравнение системы:

$$5s^2 y(t) + 2sy(t) + y(t) = 2r(t),$$

где $s = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования.

Определить устойчивость данной системы.

Система устойчива, поскольку необходимый критерий (одинаковость знаков всех коэффициентов характеристического уравнения) выполняется и, кроме того, система является системой второго порядка, а для таких систем необходимый критерий является также и достаточным.

Пример 5. Применение критерия Рауса-Гурвица.

Задана передаточная функция разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{2}{8s^3 + 12s^2 + 5s + 1},$$

Определить устойчивость разомкнутой и замкнутой системы.

Рассмотрим характеристический полином разомкнутой системы:

$$Q(s) = 8s^3 + 12s^2 + 5s + 1.$$

Составляем матрицу коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} 12 & 1 & 0 \\ 8 & 5 & 0 \\ 0 & 12 & 1 \end{pmatrix}.$$

Критерий Рауса-Гурвица требует, чтобы все главные миноры были бы положительны при положительном коэффициенте при высшей степени s .

Проверим, так ли это.

$$\Delta_1 = 12 > 0, \text{ первый минор положителен;}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 12 & 1 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = 12 \cdot 5 - 8 \cdot 1 = 52 > 0, \text{ второй минор положителен.}$$

Поскольку в последнем столбце матрицы коэффициентов все элементы, кроме нижнего, равны нулю, то последний определитель выражается через предпоследний по формуле:

$$\Delta_3 = 1 \cdot \Delta_2 > 0, \text{ т.е. третий определитель также положителен.}$$

Следовательно, система в разомкнутом состоянии устойчива.

Применим критерий Гурвица для определения устойчивости замкнутой системы. Составим характеристический полином замкнутой системы как сумму числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы:

$$D(s) = 8s^3 + 12s^2 + 5s + 1 + 2 = 8s^3 + 12s^2 + 5s + 3.$$

Также как и для разомкнутой системы, составим матрицу коэффициентов характеристического уравнения:

$$\begin{pmatrix} 12 & 3 & 0 \\ 8 & 5 & 0 \\ 0 & 12 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверим знаки всех главных миноров:

$\Delta_1 = 12 > 0$, первый минор положителен;

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 12 & 3 \\ 8 & 5 \end{vmatrix} = 12 \cdot 5 - 8 \cdot 3 = 36 > 0$, второй минор положителен.

$\Delta_3 = 1 \cdot \Delta_2 > 0$, третий минор также положителен.

И в замкнутом состоянии система также устойчива.

Пример 6. Применение критерия Михайлова.

Пусть задана передаточная функция разомкнутой системы:

$$W(s) = \frac{2}{5s^3 + 12s^2 + 5s + 1}.$$

Определим устойчивость замкнутой системы.

Для этого нужно составить характеристический полином замкнутой системы. Он будет равен сумме числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы:

$$D(s) = 5s^3 + 12s^2 + 5s + 3.$$

Согласно критерию Михайлова, нужно подставить в этот характеристический полином $s = j\omega$:

$$D(j\omega) = 5(j\omega)^3 + 12(j\omega)^2 + 5j\omega + 3 = (3 - 12\omega^2) + 5(1 - \omega^2)\omega j.$$

Вещественная часть характеристического комплекса равна $X(\omega) = 3 - 12\omega^2$, а мнимая - $Y(\omega) = 5(1 - \omega^2)\omega$.

Критерий Михайлова говорит о том, что положительные корни уравнения $Y(\omega) = 0$ должны чередоваться с корнями уравнения $X(\omega) = 0$. Проверим. Корни уравнения $Y(\omega) = 0$ равны $\omega_1 = 0, \omega_2 = 1$. Корень уравнения $X(\omega) = 0$ равен $\omega_3 = \frac{1}{2}$.

Действительно, наблюдается чередование корней, следовательно, замкнутая система устойчива.

Пример 7. Применение критерия Найквиста.

Нужно помнить, что критерий Найквиста, в отличие от остальных критериев, дает условия устойчивости **замкнутой** системы по поведению АФЧХ **разомкнутой** системы.

Возьмем передаточную функцию разомкнутой системы из **примера 6**:

$$W(s) = \frac{2}{5s^3 + 12s^2 + 5s + 1}.$$

Определим устойчивость замкнутой системы. Поскольку разомкнутая система устойчива, то для устойчивости замкнутой системы по критерию Найквиста требуется, чтобы годограф АФЧХ разомкнутой системы *не охватывал* бы точку $(-1, j0)$. И действительно, годограф АФЧХ не охватывает точку $(-1, j0)$. Это видно хотя бы потому, что на частоте, когда мнимая часть знаменателя передаточной функции разомкнутой системы обращается в нуль (это будет на частоте $\omega_2 = 1$) модуль частотной передаточной функции разомкнутой системы меньше единицы:

$$|W(j\omega)|_{\omega=1} = \left| \frac{2}{-12 + 1} \right| = \frac{2}{11} < 1,$$

т.е. кривая АФЧХ проходит *правее* точки $(-1, j0)$.

В более сложных случаях требуется построение всей кривой АФЧХ с помощью, например, пакета MATHCAD.

Во многих задачах требуется определять критическое значение некоторых параметров системы (в простейшем случае общего коэффициента усиления разомкнутой цепи).

Критическое значение определяется из условия нахождения системы на границе устойчивости. Для алгебраического критерия Гурвица – это равенство нулю предпоследнего определителя Гурвица. Для критерия Михайлова – это прохождение кривой Михайлова через начало координат. Для критерия Найквиста – это прохождение кривой АФЧХ через точку $(-1, j0)$. Посмотрим на примере, как это делается.

Пример 8. Требуется определить граничное значение общего коэффициента передачи САУ, структурная схема которой приведена на рис. 5.3.1.

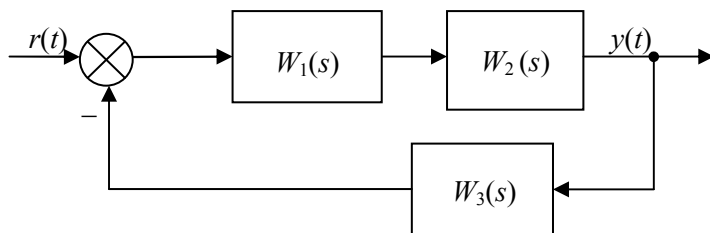


Рис. 5.3.1

$$W_1(s) = \frac{k_1(0,005s+1)}{s},$$

$$W_2(s) = \frac{k_2}{0,1s+1},$$

$$W_3(s) = \frac{k_3}{0,01s+1}.$$

Критический коэффициент усиления данной системы можно определить по критерию Гурвица или Михайлова. Для этого составляем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned}\Phi(s) &= \frac{W_1(s) \cdot W_2(s)}{1 + W_1(s) \cdot W_2(s) \cdot W_3(s)} = \\ &= \frac{\frac{k_1(0,005s+1)}{s} \cdot \frac{k_2}{0,1s+1}}{1 + \frac{k_1(0,005s+1)}{s} \cdot \frac{k_2}{0,1s+1} \cdot \frac{k_3}{0,01s+1}} = \\ &= \frac{k_1 k_2 (0,005s+1)(0,01s+1)}{s(0,1s+1)(0,01s+1) + K(0,005s+1)},\end{aligned}$$

где $K = k_1 k_2 k_3$ – общий коэффициент усиления разомкнутой цепи.

Характеристический полином замкнутой системы – это знаменатель передаточной функции:

$$D(s) = a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3 = 0,001s^3 + 0,11s^2 + (1 + 0,005K)s + K$$

Критическое значение определим, приравняв нулю предпоследний определитель Гурвица:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0 \text{ или } 0,11(1 + 0,005K_{кр}) - 0,001K_{кр} = 0.$$

Отсюда находим:

$$K_{кр} = \frac{0,11}{0,001 - 0,00055} = \frac{0,11}{0,00045} = 244,4.$$

Если применять для определения критического коэффициента усиления критерий Михайлова, то в конечном итоге мы придем к тому же выражению. Действительно, заменяя, согласно критерию Михайлова в характеристическом полиноме $s = j\omega$, и приравнивая к нулю мнимую и вещественную часть получившегося характеристического комплекса, получим:

$$D(j\omega) = (a_3 - a_1\omega^2) + j\omega(a_2 - a_0\omega^2),$$

$$a_3 - a_1\omega^2 = 0,$$

$$a_2 - a_0\omega^2 = 0.$$

Исключая из полученной системы уравнений квадрат частоты, получим то же самое равенство:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0.$$

Расчет критического коэффициента по критерию Найквиста приводит к дополнительным трудностям при выделении действительной и мнимой частей АФЧХ разомкнутой системы. Этих трудностей удастся избежать, если в составе системы нет форсирующего звена. Проиллюстрируем это, положив постоянную времени форсирующего звена равной нулю. Тогда передаточная функция разомкнутой системы будет:

$$W(s) = \frac{k_1 k_2 k_3}{s(0,1s+1)(0,01s+1)} = \frac{K}{0,001s^3 + 0,11s^2 + s}.$$

Подставляя вместо $s = j\omega$ получим частотную передаточную функцию:

$$W(j\omega) = \frac{K}{-0,11\omega^2 + j\omega(1 - 0,001\omega^2)}.$$

Согласно критерию Найквиста, кривая частотной передаточной функции при изменении частоты от 0 до ∞ при нахождении системы на границе устойчивости должна проходить через точку $(-1, j0)$, т.е. должны выполняться условия:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} W(j\omega) &= -1, \\ \operatorname{Im} W(j\omega) &= 0, \end{aligned}$$

или для нашего примера

$$\frac{K}{0,11\omega^2} = 1,$$

$$1 - 0,001\omega^2 = 0.$$

Выражая из второго уравнения квадрат частоты и подставляя это значение в первое уравнение, найдем критический коэффициент усиления:

$$\omega^2 = 1000; \quad K = 0,11\omega^2 = 110.$$

5.4 Качество регулирования

Выполнение задач по этой теме сопряжено с решением дифференциальных уравнений (при применении прямых методов определения качества).

При использовании косвенных критериев нужно уметь применять корневые критерии и частотные критерии качества.

Пример 9. Пусть передаточная функция системы имеет вид:

$$W(s) = \frac{5}{(s+3)(s+5)(s^2+2s+2)}.$$

Оценить приближенно время переходного процесса.

Точное построение переходного процесса требует решения дифференциального уравнения четвертого порядка. В то же время известно, что время переходного процесса можно при-

близительно оценить по формуле: $t_{пер.пр.} \approx \frac{3}{\eta}$, где η – степень устойчивости, т.е. расстояние от мнимой оси до ближайшего корня знаменателя передаточной функции.

Находим полюса передаточной функции:

$$s_1 = -3, s_2 = -5, s_{3,4} = -1 \pm j.$$

Отсюда следует, что степень устойчивости равна 1, а время переходного процесса $t_{пер.пр.} \approx 3$ сек.

Основным показателем качества работы САУ является её точность (динамическая ошибка). Критериями точности служат ошибки в типовых режимах. В ТАУ ошибки рассматриваются отдельно по управляющему и возмущающему воздействиям, которые изменяются во времени по определенной зависимости (т.н. типовые режимы – постоянное воздействие, изменяющееся с постоянной скоростью, с постоянным ускорением и т.д.).

Проще всего находить ошибки в статическом режиме.

В этом случае достаточно в передаточной функции по ошибке приравнять s нулю и умножить полученную передаточную функцию на статическое значение входного сигнала.

Пример 10. Структурная схема системы приведена на рис. 5.4.1:

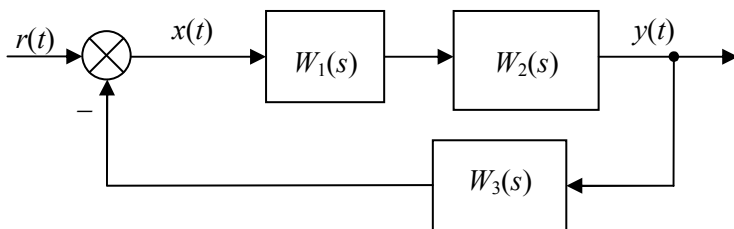


Рис. 5.4.1

$$W_1(s) = \frac{5}{s+1},$$

$$W_2(s) = \frac{0,3}{0,1s+1},$$

$$W_3(s) = 1.$$

Найдем установившуюся статическую ошибку, если на вход системы поступает входной сигнал $r(t) = 10 \cdot 1(t)$ (в). Согласно структурной схеме, сигнал ошибки равен:

$$x(t) = r(t) - y(t).$$

Передаточная функция замкнутой системы по ошибке равна:

$$\Phi_x(s) = \frac{1}{1 + W_1(s)W_2(s)W_3(s)} = \frac{1}{1 + \frac{5}{s+1} \cdot \frac{0,3}{0,1s+1}}$$

Подставляя $s=0$ и умножая полученное число на входной сигнал, получим значение статической ошибки:

$$r_{cm.} = \Phi_x(0) \cdot 10 = \frac{1}{1 + 5 \cdot 0,3} \cdot 10 = 4 \text{ (в)}$$

6 ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ

6.1 Описание и работа комплекса

6.1.1 Назначение

Комплекс Реально-виртуальной лаборатории по ТАУ (РВЛ ТАУ) предназначен для выполнения лабораторных работ по ТАУ с помощью компьютерных измерительных приборов. Может использоваться для обучения студентов технических специальностей в ВУЗах и ССУЗах.

6.1.2 Технические характеристики

Комплекс позволяет использовать двухканальный осциллограф, генератор синусоидального напряжения и прямоугольных импульсов.

Осциллограф:

Количество каналов – 2;

Частота дискретизации – 33КГц;

Диапазон измерений по напряжению - $-5\text{В}..+5\text{В}$.

Разрядность – 10 бит.

Генератор:

Диапазон по частоте 0..5 КГц

Диапазон по напряжению $-5\text{В}..+5\text{В}$

Требования к компьютеру:

Наличие свободного PCI слота

Процессор Pentium 400 и выше

Видеоадаптер поддерживающий разрешение 1024*768

Оперативная память 64Мб

6.1.3 Состав комплекса

В состав изделия включены:

Макет;

Шлейф соединительный;

Контроллер PCI;

Данное руководство;

Компакт-диск с программным обеспечением;

Проводники соединительные (10 штук).

Перемычки (5 штук)

6.1.4 Установка

Установка комплекса

Внешний вид контроллера приведён на рис. 6.1.1

Для установки контроллера необходим свободный PCI слот. Выключите компьютер, вставьте контроллер в свободный PCI слот. Подключите соединительный шлейф 25-контактным разъёмом к контроллеру, а 4 разъёмами типа тюльпан к макету по следующей схеме (слева направо): чёрный, жёлтый, белый, красный (рис. 6.1.2).

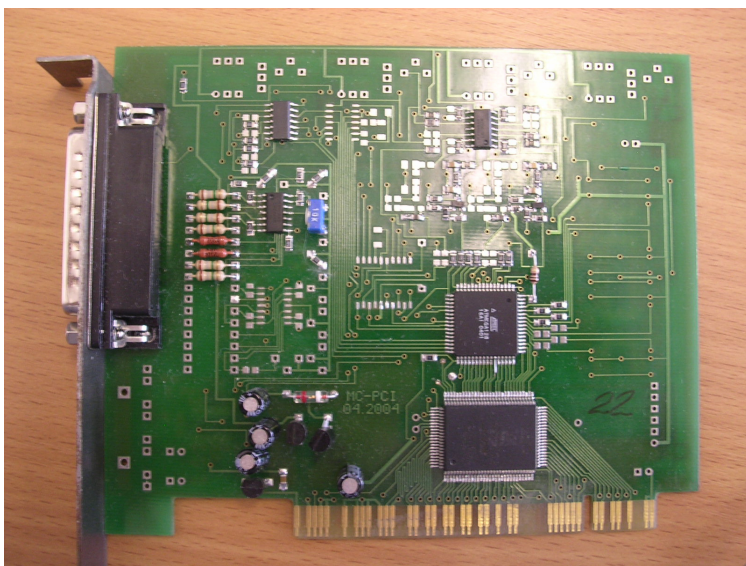


Рис. 6.1.1



Рис. 6.1.2

Включите компьютер, загрузите Windows. Операционная система определит наличие контроллера как мультимедиа устройства. При запросе на установку драйвера откажитесь:

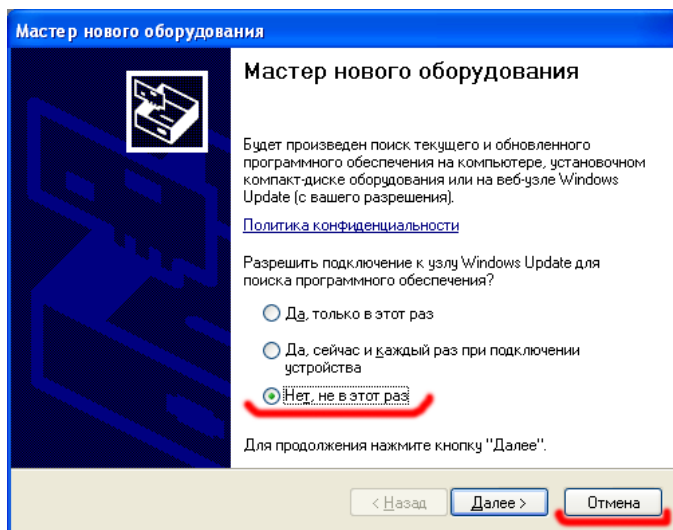


Рис. 6.1.3

Установка программного обеспечения

Запустите программу установки РВЛ ТАУ (**InstTAU.exe**). Выберите необходимые компоненты для установки. Затем путь, куда необходимо проинсталлировать лабораторию. Во время копирования файлов, если вы выбрали установку драйвера будет выведено окно для подтверждения установки драйвера:

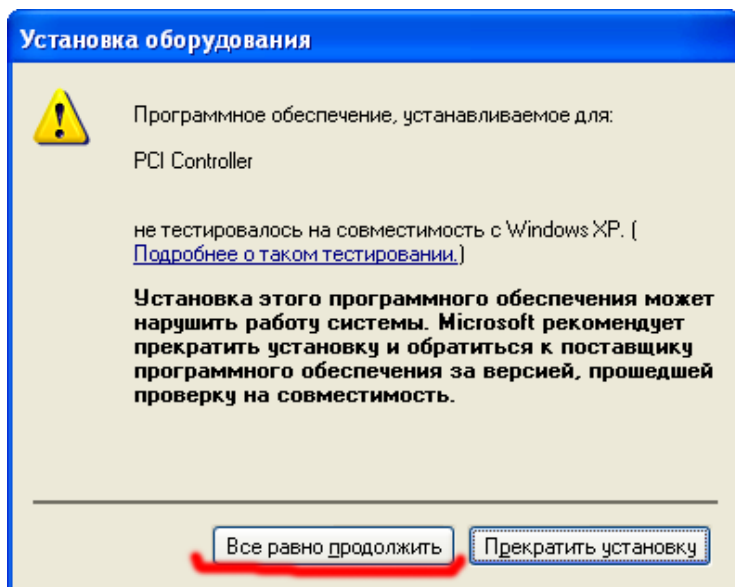


Рис. 6.1.4

После этого вам будет предложено создать ярлык на лабораторию в главном меню.

Для запуска панели приборов необходимо выбрать в ярлык *ПУСК / Программы / Лаборатория ТАУ / Лаборатория*, после запуска откроется панель приборов.

6.1.5 Использование

Использование макета

Общий вид макета представлен на рис. 6.1.5



Рис. 6.1.5

На лицевой панели макета расположены: наборная плата с электрическими компонентами и панель коммутации.

На задней панели расположены коннекторы для соединительного шлейфа. Порядок соединения представлен на рис 6.1.6. Слева направо: чёрный, жёлтый, белый, красный.



Рис. 6.1.6

Подключение измерительных приборов происходит проводниками с панели коммутации на наборную плату следующим образом (рис.6.1.7):

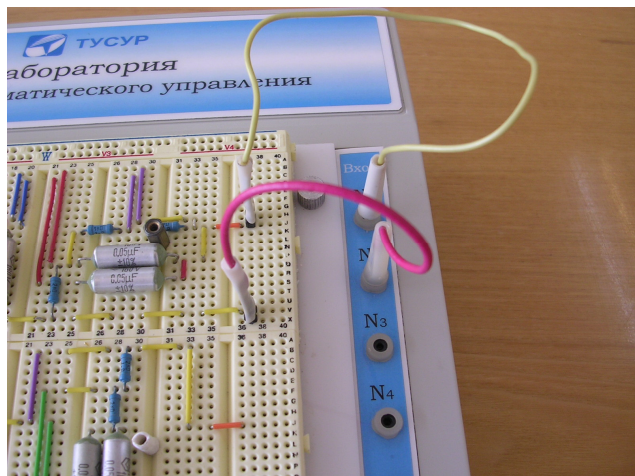


Рис. 6.1.7

Наборная плата представляет собой поле для монтажа элементов без пайки и состоит из большого количества отверстий соединённых в узлы (5 горизонтальных отверстий на 1 узел). Благодаря такой схеме возможен достаточно сложный монтаж элементов – резисторов, конденсаторов, индуктивностей и микросхем. На рис. 6.1.8 представлена часть схемы на монтажной плате.

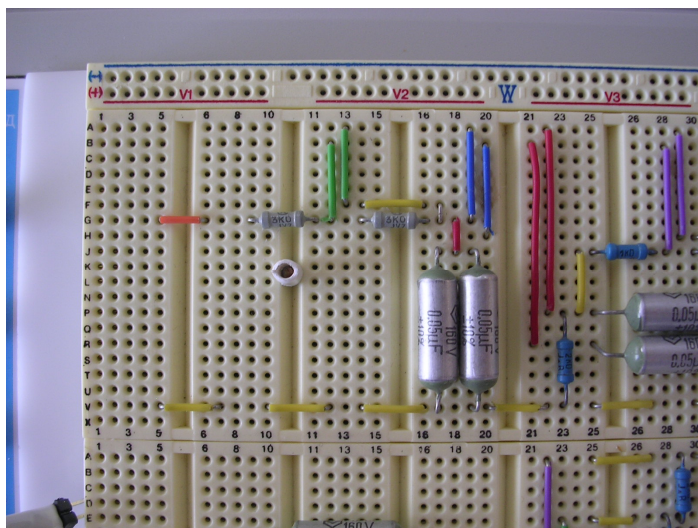


Рис. 6.1.8

Основная часть монтажной платы состоит из узлов с 5 отверстиями, вверху и внизу платы располагаются разводящие шины, их соединение ассоциируется с проведёнными линиями.

Использование программного обеспечения

Запуск

Для запуска панели приборов необходимо выбрать в ярлык ПУСК / Программы / Лаборатория ТАУ / Лаборатория, после запуска откроется панель приборов.

Работа с измерительной панелью

Основное окно представлено на рис. 6.1.9:

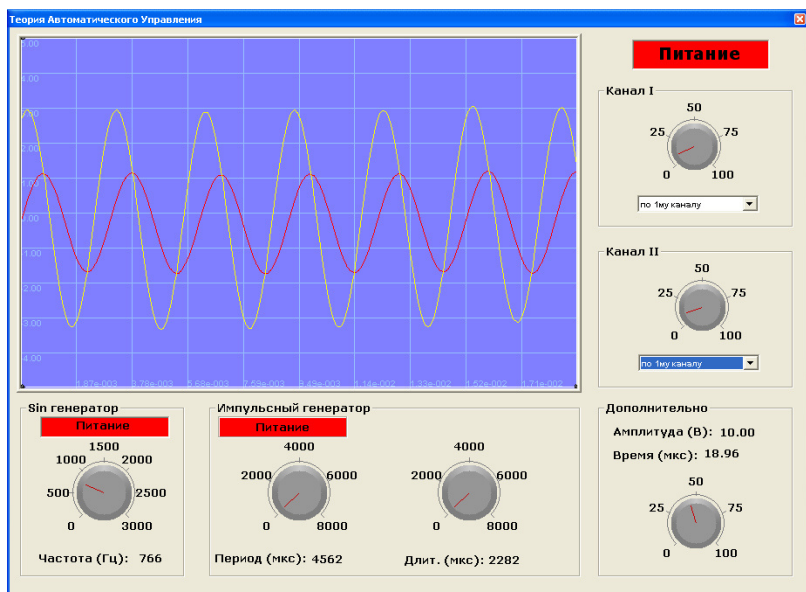


Рис. 6.1.9

Данное окно содержит область построения осциллограмм, управление каналами осциллографа, управления генераторами и уровнем синхронизации. На рис. 6.1.10 данные области поименованы:

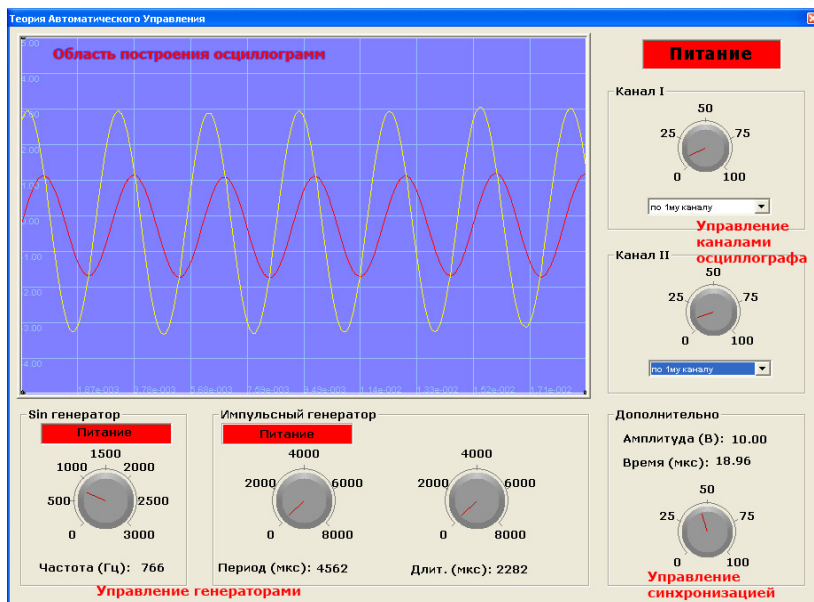


Рис. 6.1.10

Включение панели

Включение приборной панели производится с помощью кнопки питания в правом верхнем углу. Отключение – повторным нажатием на эту кнопку.

Область осциллограмм

В данной области располагаются осциллограммы двух каналов осциллографа. Красный – первый канал, жёлтый – второй канал. Область размечена сеткой, каждая из линий сетки промаркирована величиной, горизонтальные – напряжением, вер-

тикальные – временем относительно начала кадра. Помимо этого, в данном окне расположены визирные метки (вертикальные и горизонтальные) для удобного определения значений разности потенциалов и промежутков времени. Для того чтобы их использовать, достаточно подвести курсор мыши к визирной метке и перетащить её на нужное место. На рис. 6.1.11 показаны возможности определения с помощью визирных меток значений разности напряжений и четверть периода сигнала на первом канале.

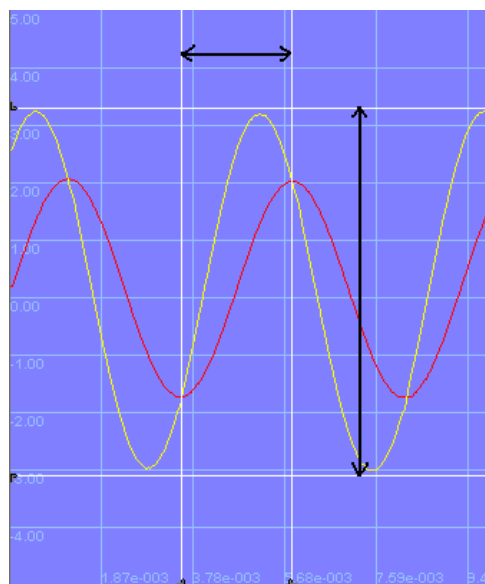


Рис. 6.1.11

Значения, определяемые с помощью визирных меток, полагаются в правом нижнем блоке:

Амплитуда (В): 6.40

Время (мкс): 2.29

Управление каналами осциллографа

С помощью панели приборов возможно управлять смещением канала, и его синхронизацией. Для смещения предусмотрен регулятор, а для типа синхронизации выпадающий список. В смещении указывается процентная величина изменения смещения, 0 соответствует минимальному смещению, а 100 максимальному.

Типы синхронизации:

- без синхронизации;
- синхронизация по первому каналу;
- синхронизация по второму каналу;
- синхронизация по фронту импульсного генератора.

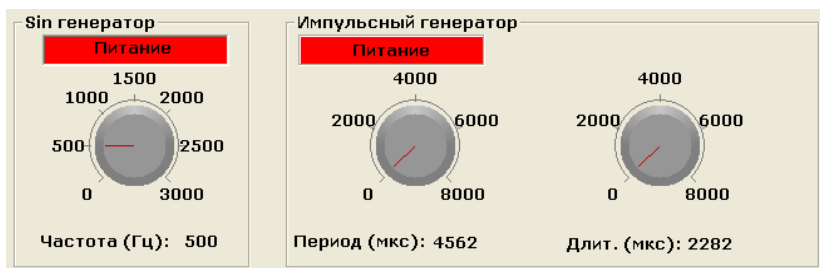
Примечание: Для более тонкой настройки значения с помощью регулятора рекомендуется нажать левую кнопку мыши на самом регуляторе и, не отпуская, увести его за пределы регулятора, тем самым увеличив рычаг управления регулятором.

Управление генераторами

В лаборатории по ТАУ предусмотрены два генератора – синусоидальный и импульсный. Одновременно может работать только один тип генератора.

Управление синусным генератором включает в себя кнопку питания и регулятор частоты генератора.

Управление импульсного генератора включает в себя кнопку питания, регуляторы периода и длительности импульсов.



Управление синхронизацией

Данный блок включает в себя управление уровнем синхронизации и отображение значений между визирными линиями.

Значение уровня синхронизации установлено в процентном соотношении, где 0 наименьший уровень синхронизации приблизительно (-5В), а 100 максимальный уровень(+5В).

6.2 Лабораторная работа №1. Типовые звенья и их характеристики

6.2.1 Цель работы

Изучение моделей и характеристик основных типовых звеньев и ознакомление с моделирующей установкой РВЛ ТАУ.

6.2.2 Основные соотношения

Функциональные элементы, применяемые в САУ, могут иметь самое разное конструктивное исполнение и принцип действия. Но общность их математического описания позволяет выделять из их множества ограниченное число так называемых типовых звеньев.

К типовым звеньям относят звенья, описываемые дифференциальными уравнениями не выше второго порядка, т.е. звенья нулевого, первого и второго порядков.

В общем виде уравнение второго порядка выглядит следующим образом:

$$a_0 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_2 y(t) = b_0 \frac{dr(t)}{dt} + b_1 r(t),$$

где через $y(t)$ обозначен выход звена, а через $r(t)$ – его вход.

Названия наиболее часто используемых звеньев и их параметры приведены в табл. 6.1:

Таблица 6.1

| № | Название звена | a_0 | a_1 | a_2 | b_0 | b_1 | Примечание |
|---|----------------------------------|--------|-------|-------|-------|-------|----------------------|
| 1 | Безинерционное (усилительное) | 0 | 0 | 1 | 0 | 10 | |
| 2 | Апериодическое 1-го порядка | 0 | 0,1 | 1 | 0 | 10 | |
| 3 | Апериодическое 2-го порядка | 0,0016 | 0,1 | 1 | 0 | 10 | $a_1^2 \geq 4a_0a_2$ |
| 4 | Колебательное | 0,04 | 0,1 | 1 | 0 | 10 | $a_1^2 < 4a_0a_2$ |
| 5 | Идеальное интегрирующее | 0 | 1 | 0 | 0 | 10 | |
| 6 | Интегрирующее с замедлением | 0,1 | 1 | 0 | 0 | 10 | |
| 7 | Идеальное дифференцирующее | 0 | 0 | 1 | 10 | 0 | |
| 8 | Дифференцирующее с замедлением | 0 | 0,1 | 1 | 10 | 0 | |

6.2.3 Порядок работы

1 Путем выполнения простейших экспериментов познакомиться с функциональными возможностями используемых в лабораторной работе инструментальных средств – цифрового электронного модуля РВЛ, включающего в себя: осциллограф,

панель управления каналами осциллографа, регулятор уровня синхронизации, \sin -генератор, импульсный генератор.

2. Для каждого звена (см. табл. 6.1) по его передаточной функции записать операторное уравнение.

3. По передаточной функции каждого звена построить его временные (функцию веса и переходную функцию) и частотные характеристики – ЛАЧХ, ФЧХ и АФЧХ.

4. Для инерционных звеньев по логарифмическим частотным характеристикам определить частоты сопряжения и среза.

5. Определить значение полюсов и нулей передаточных функций звеньев и оценить их влияние на характер переходного процесса.

6.2.4 Содержание отчета

В отчете представить построенные характеристики для каждого из звеньев. Устно ответить на вопросы.

6.2.5 Вопросы

1. Что такое передаточная функция элемента?
2. С какой целью и каким образом выделяют типовые динамические звенья?
3. Какие звенья называются инерционными?
4. Какие звенья называются апериодическими?
5. При каком соотношении между постоянными времени T_1 и T_2 звено второго порядка имеет апериодический переходной процесс, а при каком – колебательный?

6. Какие звенья называются интегрирующими?
7. Какие звенья называются дифференцирующими?
8. Чем отличаются идеальные дифференцирующее и интегрирующее звенья от реальных?

6.3 Лабораторная работа №2. Частотные характеристики линейных стационарных звеньев.

6.3.1 Цель работы

Экспериментальное построение логарифмической амплитудной частотной характеристики.

6.3.2 Основные соотношения

Физический смысл частотных характеристик вытекает из рассмотрения установившегося режима работы системы при поступлении на её вход гармонического сигнала $r(t) = Ae^{j\omega t}$. В этом случае связь между входом и выходом системы выражается соотношением:

$$y(t) = W(j\omega) Ae^{j\omega t}.$$

Из этого соотношения следует, что амплитуда сигнала на выходе изменится в $|W(j\omega)|$ раз, а фаза претерпевает изменение на величину $\arg W(j\omega)$. Соответствующие зависимости ча-

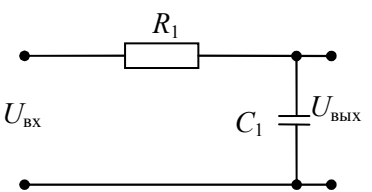
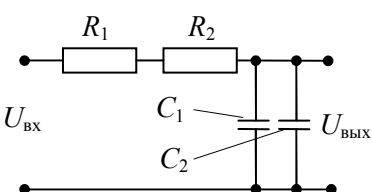
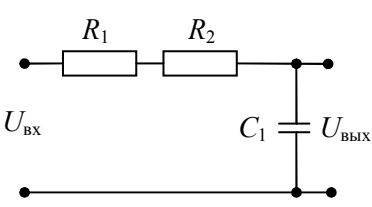
стоты – $A(\omega) = |W(j\omega)|$ и $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ и носят название амплитудной и фазовой частотных характеристик (АЧХ и ФЧХ) соответственно. Таким образом, амплитудно-частотная функция есть модуль частотной передаточной функции $W(j\omega)$, а фазовая частотная функция – это аргумент (арктангенс отношения мнимой части к действительной) частотной передаточной функции $W(j\omega)$. Практически построение частотных характеристик осуществляется в логарифмическом масштабе в виде ЛАЧХ, то есть зависимости $20 \lg A(\omega)$ от частоты в логарифмическом масштабе и в виде ЛФЧХ, то есть зависимости $\varphi(\omega)$ от частоты в логарифмическом масштабе.

6.3.3 Порядок работы

1. В соответствии со своим вариантом и табл. 6.2 на макетной панели типовых звеньев скоммутируйте исследуемую схему.

Таблица 6.2

| № варианта | Номиналы элементов | Схема на панели |
|------------|---|-----------------|
| 1 | $R_1=3\text{k}\Omega$, $R_2=3\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$ | |

| | | |
|---|--|---|
| 2 | $R_1=3\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$ |  |
| 3 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$ |  |
| 4 | $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$ |  |

2. Согласно выбранной схеме, меняя частоту на \sin -генераторе в диапазоне от 200 Гц до 3000 Гц, построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику. Полученные результаты объяснить.

3. Рассчитать передаточную функцию звена, объяснить к какому типовому звену данное звено относится, и построить теоретические кривые ЛАЧХ и ЛФЧХ.

4. Сравнить теоретические и экспериментальные результаты, сделать выводы.

5. В соответствии с вариантом, указанным преподавателем, согласно табл. 6.3 скоммутируйте следующую исследуемую схему.

Таблица 6.3

| № варианта | Номиналы элементов | Схема на панели |
|------------|--|-----------------|
| 1 | $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=1\text{k}\Omega$, $R_3=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$ | |
| 2 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$ | |
| 3 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$ | |

| | | |
|---|--|--|
| 4 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=2\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$ | |
|---|--|--|

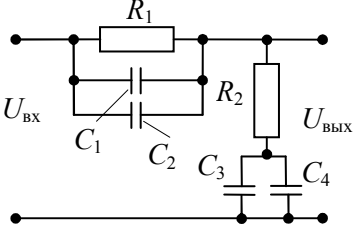
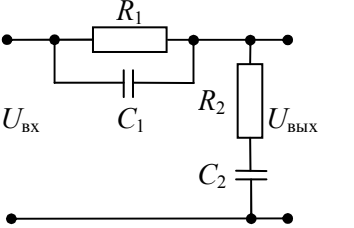
Согласно выбранной схеме, меняя частоту на \sin -генераторе в диапазоне от 200 Гц до 3000 Гц, построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику. Полученные результаты объяснить.

6. Прodelайте пп 3,4 для данного варианта звена.

7. В соответствии со своим вариантом табл. 6.4 на макетной панели коммутируйте третью исследуемую схему.

Таблица 6.4

| № варианта | Номиналы элементов | Схема на панели |
|------------|--|-----------------|
| 1 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=4\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$, $C_3=0,05\mu\text{F}$ | |
| 2 | $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=1\text{k}\Omega$, $R_3=4\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$, $C_3=0,05\mu\text{F}$ | |

| | | |
|---|--|---|
| 3 | $R_1=1\text{k}\Omega$, $R_2=4\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$, $C_3=0,05\mu\text{F}$, $C_4=0,05\mu\text{F}$ |  |
| 4 | $R_1=2\text{k}\Omega$, $R_2=4\text{k}\Omega$, $C_1=0,05\mu\text{F}$, $C_2=0,05\mu\text{F}$ |  |

Согласно выбранной схеме, меняя частоту на \sin -генераторе в диапазоне от 200 Гц до 3000 Гц, построить логарифмическую амплитудно-частотную характеристику. Полученные результаты объяснить.

8. Прделайте п.п. 3, 4 для этого варианта звена.

6.3.4 Содержание отчета

В отчете необходимо привести задание на выполнение лабораторной работы, принципиальную схему исследуемых звеньев, таблицы с экспериментальными и расчетными данными, частотные характеристики и результаты их обработки, сделать выводы. При защите работы устно ответить на вопросы.

6.3.5 Вопросы

1. Каков физический смысл частотных характеристик?

2. Что дает аппарат частотных характеристик для исследования САУ?

3. Между какими функциями устанавливают связь частотные характеристики? Как они записываются и в каких координатах строятся?

4. Чем объяснить отставание по фазе выходного сигнала по отношению к входному сигналу при гармоническом характере входного сигнала?

5. Как экспериментально снять частотные характеристики звена?

6.4 Лабораторная работа №3. Временные характеристики линейных стационарных звеньев.

6.4.1 Цель работы

Экспериментальное построение переходной и импульсной переходной характеристик.

6.4.2 Основные соотношения

К временным характеристикам относятся переходная характеристика (графическое изображение переходной функции) и импульсная переходная (или весовая) характеристика (графическое изображение импульсной переходной или весовой функции). Переходная функция – это реакция (выход) звена (систе-

мы) на типовое воздействие в виде единичной ступенчатой функции. Весовая функция – это реакция на бесконечно большой по величине и бесконечно малый по длительности импульс.

Связь временных функций между собой выражается соотношением:

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Связь временных функций с дифференциальным уравнением и передаточной функцией вытекает из решения дифференциального уравнения звена (системы) при подстановке в качестве входного сигнала $r(t)$ единичной ступенчатой или идеальной импульсной функции. Используя свойства преобразования Лапласа, можно предложить другой вариант определения временных функций. Учитывая, что преобразование Лапласа от единичной ступенчатой функции равно $\frac{1}{s}$, связь переходной и передаточной функций определяется преобразованием Карсона-Хевисайда:

$$W(s) = s \int_0^{\infty} h(t) e^{-st} dt,$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{W(s)}{s} e^{ts} ds.$$

Преобразование Лапласа от δ -функции равно единице, поэтому связь весовой и передаточной функций устанавливается преобразованием Лапласа:

$$W(s) = \int_0^{\infty} w(t) e^{-st} dt,$$

$$w(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} W(s) e^{ts} ds.$$

6.4.3 Порядок работы

1. В соответствии со своим вариантом и табл. 6.2 на макетной панели типовых звеньев скоммутируйте исследуемую схему.

2. Подавая на вход звена единичную ступенчатую функцию, получите переходную характеристику звена. По переходной характеристике определите постоянную времени звена.

3. Подавая на вход звена импульсную функцию, получите весовую характеристику звена. По импульсной переходной характеристике определите постоянную времени звена.

4. По передаточной функции звена, полученной в лабораторной работе №2, постройте теоретические временные характеристики и сравните с экспериментально снятыми характеристиками.

5. В соответствии с вариантом, указанным преподавателем, согласно табл. 6.3 скоммутируйте следующую исследуемую схему.

6. Подавая на вход звена единичную ступенчатую функцию, получите переходную и весовую характеристику звена.

7. Повторите п. 4 для данного варианта звена.

8. В соответствии со своим вариантом табл. 6.4 на макетной панели скоммутируйте третью исследуемую схему.

9. Повторите п.п. 6, 7 для данного варианта звена.

6.4.4 Содержание отчета

В отчете необходимо привести задание на выполнение лабораторной работы, принципиальную схему исследуемых звеньев, таблицы с экспериментальными и расчетными данными, временные характеристики и результаты их обработки, сделать выводы. При защите работы устно ответить на вопросы.

6.4.5 Вопросы

1. Каков физический смысл временных характеристик?
2. Как связаны весовая и переходная функции между собой?
3. Как из передаточной функции получить весовую и переходную характеристики?

4. Как связать между собой АЧХ и весовую функцию?
5. Как экспериментально получить переходную и импульсную переходную функции?

6.5 Лабораторная работа №4. Коррекция линейных САУ

6.5.1 Цель работы

Обеспечить запас устойчивости линейной системы не меньше заданного путем параметрического синтеза последовательных корректирующих звеньев.

6.5.2 Основные соотношения

Стандартная система с единичной отрицательной обратной связью задана своей передаточной функцией в разомкнутом состоянии

$$W(s) = \frac{K(As + 1)}{s(T_1s + 1)(T_2s + 1)}. \quad (6.5.1)$$

Здесь заданы общий коэффициент усиления K и постоянные времени T_1 , T_2 , а параметр A является изменяемым.

В работе предлагается исследовать три метода демпфирования системы:

– с подавлением высоких частот путём введения последовательного пассивного корректирующего интегрирующего звена,

- с поднятием высоких частот (с введением положительных фазовых сдвигов) путём использования последовательного пассивного корректирующего дифференцирующего звена,
- с подавлением средних частот с помощью последовательного пассивного корректирующего интегро-дифференцирующего звена.

В первом методе применяется пассивное интегрирующее звено, реализация которого на RC -элементах приведена на рис. 6.5.1, *а*.

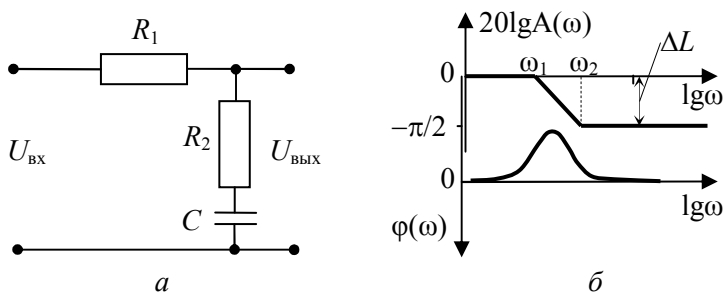


Рис. 6.5.1. Пассивное интегрирующее звено

Логарифмические фазовая и асимптотическая амплитудная характеристики приведены на рис. 6.5.1, *б*. Из рисунка видно, что пассивное интегрирующее звено подавляет высокие частоты. Демпфирование системы основано на уменьшении коэффициента передачи на частоте среза¹. Чтобы на ЛАХ скорректированной системы не влияла фазовая характеристика корректи-

¹ Частота среза – это частота, при которой ЛАХ пересекает нулевой уровень.

рующего звена, верхнюю сопрягающую частоту ω_2 выбирают на порядок меньше частоты среза исходной нескорректированной системы. Величина уменьшения коэффициента передачи на частоте среза определяется требуемым запасом устойчивости по амплитуде ΔL . Из этого условия определяется сопрягающая частота ω_1 . Связав сопрягающие частоты ω_1 и ω_2 с параметрами RC -цепочки, можно определить последние.

Во втором методе применяется пассивное дифференцирующее звено, реализация которого на RC -элементах приведена на рис. 6.5.2, *а*.

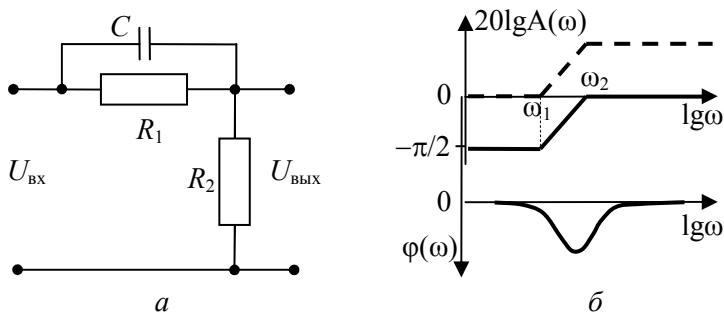


Рис. 6.5.2. Пассивное дифференцирующее звено

На рис. 6.5.2, *б* показаны ЛФХ и асимптотическая ЛАХ (сплошной линией). Видно, что дифференцирующее звено вносит положительный фазовый сдвиг и ослабляет низкие частоты. Поскольку уменьшение коэффициента передачи на низких частотах недопустимо по соображениям точности, применять RC -цепочку (рис. 6.5.2, *а*) можно только в совокупности с последо-

вательно включенным безынерционным усилителем, компенсирующим упомянутое ослабление коэффициента передачи (штриховая линия на рис. 6.5.2, б). Демпфирование системы этим методом основано на введении положительного фазового сдвига вблизи частоты среза исходной нескорректированной системы. Так как максимальный положительный фазовый сдвиг происходит на частоте, равной среднеарифметическому сопрягающих частот ω_1 и ω_2 (рис. 6.5.2, б), то именно эта частота должна равняться частоте среза исходной системы. Меняя сопрягающие частоты ω_1 и ω_2 , можно добиться заданных запасов устойчивости по амплитуде и по фазе.

В третьем методе демпфирования применяется пассивное интегро-дифференцирующее звено, реализация которого на RC -элементах приведена на рис. 6.5.3, а.

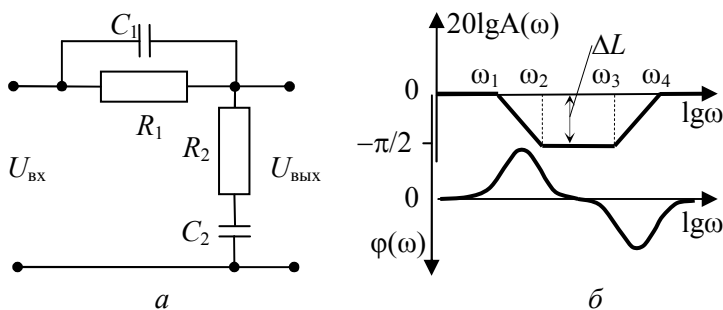


Рис. 6.5.3. Пассивное интегро-дифференцирующее звено

Логарифмические характеристики, приведенные на рис. 6.5.3, б, показывают ослабление средних частот, а вносимый

фазовый сдвиг вначале отрицательный, а затем положительный. В соответствии с этим параметры RC -цепочки выбираются таким образом, чтобы частота среза исходной системы была бы близка к сопрягающей частоте ω_3 , но не превышала её. Величина уменьшения коэффициента передачи на частоте среза определяется требуемым запасом устойчивости по амплитуде.

Исходные данные к работе приведены в табл. 6.5.1.

Таблица 6.5.1

| № варианта | T_1 | T_2 | ΔL , дБ | $\Delta\phi$, град. | K |
|------------|-------|-------|-----------------|----------------------|-----|
| 1 | 0.2 | 0.5 | 10 | 15 | 10 |
| 2 | 0.3 | 0.2 | 12 | 20 | 7 |
| 3 | 0.2 | 0.4 | 8 | 12 | 6 |
| 4 | 0.1 | 0.2 | 12 | 10 | 12 |
| 5 | 0.3 | 0.5 | 10 | 20 | 6 |
| 6 | 0.1 | 0.5 | 7 | 15 | 7 |
| 7 | 0.4 | 0.6 | 8 | 20 | 9 |
| 8 | 0.3 | 0.6 | 12 | 15 | 11 |
| 9 | 0.2 | 0.3 | 9 | 20 | 10 |
| 10 | 0.2 | 0.7 | 8 | 18 | 8 |
| 11 | 0.4 | 0.1 | 11 | 15 | 8 |
| 12 | 0.3 | 0.6 | 9 | 15 | 9 |
| 13 | 0.1 | 0.3 | 10 | 15 | 15 |
| 14 | 0.5 | 0.6 | 8 | 20 | 7 |
| 15 | 0.1 | 0.1 | 12 | 15 | 9 |
| 16 | 0.3 | 0.1 | 10 | 20 | 10 |
| 17 | 0.2 | 0.5 | 8 | 20 | 8 |
| 18 | 0.4 | 0.2 | 12 | 15 | 11 |
| 19 | 0.3 | 0.3 | 11 | 25 | 13 |
| 20 | 0.1 | 0.5 | 13 | 10 | 14 |

6.5.3 Порядок работы

1. Выбрать параметр A в передаточной функции разомкнутой системы (6.5.1) из условия нахождения замкнутой системы на границе устойчивости (согласно любому критерию устойчивости) и построить логарифмические частотные характеристики разомкнутой системы².

2. Рассчитать передаточную функцию пассивного интегрирующего звена (рис. 6.5.1, *а*) и получить выражения для сопрягающих частот ω_1 и ω_2 через параметры элементов RC -цепочки.

3. Рассчитать необходимые значения сопрягающих частот ω_1 и ω_2 (рис. 6.5.1, *б*), исходя из частоты среза, полученной по результатам п.1, и заданного запаса устойчивости по амплитуде.

4. На основе результатов п.п. 2,3 рассчитать параметры R - и C -элементов электрической цепи (рис. 6.5.1, *а*).

5. Построить логарифмические частотные характеристики разомкнутой скорректированной системы и определить запасы устойчивости полученной системы. Если полученные запасы устойчивости меньше заданных, скорректировать значения сопрягающих частот ω_1 и ω_2 и вернуться к п. 4.

6. Построить переходной процесс при единичном ступенчатом сигнале на входе замкнутой системы и измерить показатели качества – величину перерегулирования и время переходного процесса.

² Все вычисления и построения можно выполнять с использованием любой из программ – MathCAD, MatLAB, SIMULINK, Mathematica, VisSim и др.

7. Рассчитать передаточную функцию пассивного дифференцирующего звена (рис. 6.5.2, *а*) и получить выражения для сопрягающих частот ω_1 и ω_2 через параметры элементов *RC*-цепочки.

8. Рассчитать необходимые значения сопрягающих частот ω_1 и ω_2 (рис. 6.5.2, *б*), исходя из частоты среза, полученной по результатам п.1.

9. Выполнить п.п. 4 – 6 для пассивного дифференцирующего звена.

10. Рассчитать передаточную функцию пассивного интегро-дифференцирующего звена (рис. 6.5.3, *а*) и получить выражения для сопрягающих частот ω_1 , ω_2 , ω_3 и ω_4 через параметры элементов *RC*-цепочки.

11. Выполнить п.п. 4 – 6 для пассивного интегро-дифференцирующего звена.

6.5.4 Содержание отчета

В отчете необходимо привести задание на выполнение работы, для каждого из вариантов коррекции: передаточные функции корректирующего звена; выражения для сопрягающих частот через параметры *RC*-схемы; логарифмические частотные характеристики исходной системы, корректирующего звена, системы с коррекцией; переходной процесс скорректированной системы; показатели качества скорректированной системы; сделать выводы. При защите работы устно ответить на вопросы.

6.5.5 Вопросы

1. Перечислите основные методы демпфирования САУ.
2. Что такое частота среза?
3. Как определить запас устойчивости по амплитуде?
4. Как определить запас устойчивости по фазе?
5. Какой максимальный фазовый сдвиг дает пассивное дифференцирующее звено?
6. Какие недостатки у метода коррекции с помощью пассивного интегрирующего звена?
7. Какие недостатки у метода коррекции с помощью пассивного дифференцирующего звена?
8. Какую RC -цепочку нельзя применять для коррекции без соответствующего усилителя и почему?