



*Томский межвузовский центр  
дистанционного образования*

**Г.Н. Решетникова**

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ**

**Учебное методическое пособие**

**ТОМСК – 2004**

Федеральное агентство по образованию

**ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ  
УПРАВЛЕНИЯ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ (ТУСУР)**

**Кафедра компьютерных систем в управлении  
и проектировании (КСУП)**

**Г.Н. Решетникова**

# **МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ**

**Учебное методическое пособие**

**2004**

Корректор: Осипова Е.А.

**Решетникова Г.Н.**

Моделирование систем: Учебное методическое пособие. – Томск:  
Томский межвузовский центр дистанционного образования,  
2004. – 41 с.

© Решетникова Галина Николаевна, 2004

© Томский межвузовский центр  
дистанционного образования, 2004

## СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО КУРСУ	
«МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ» .....	5
Контрольная работа №1 .....	5
Контрольная работа №2 .....	5
1 ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМЫ	
МАТНСАД (краткие указания к выполнению контрольной	
работы).....	6
1.1 Задание переменных, массивов, выражений, дискретных	
переменных .....	6
1.2 Построение и форматирование графиков функций на	
интервале $[a,b]$ в декартовой системе координат .....	6
1.3 Программирование в системе MathCAD .....	7
1.4 Варианты исходных данных для задания 1 (изучение	
некоторых возможностей системы MathCAD) .....	7
ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 1.....	25
2 МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ (краткие	
указания к выполнению контрольной работы) .....	31
2.1 Моделирование методом Эйлера поведения объекта при	
нулевом управлении .....	31
2.2 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта	
для детерминированной модели при минимизации	
классического квадратичного функционала .....	32
2.3 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта	
для стохастической модели.....	33
2.4 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта	
по вектору измерений .....	34
2.5 Варианты исходных данных для задания 2	
(моделирование систем управления) .....	35
ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 2.....	37

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО КУРСУ «МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ»

### Контрольная работа №1

1. Ответить на тестовые вопросы.

Литература.

1. Решетникова Г.Н. Моделирование систем: Учебное пособие. Ч.1. – Томск: ТМЦДО, 2004. – 99с.

### Контрольная работа №2

1. Изучение некоторых возможностей системы MathCAD.

1.1. Задание переменных, массивов, выражений, дискретных переменных.

1.2. Построение и форматирование графиков функций на интервале  $[a, b]$  в декартовой системе координат.

- 1.3. Программирование в системе MathCAD.

2. Моделирование систем управления.

2.1. Моделирование методом Эйлера поведения объекта при нулевом управлении.

2.2. Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для детерминированной модели при минимизации классического квадратичного функционала.

2.3. Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для стохастической модели.

2.4. Синтез и моделирование поведения управляемого объекта при формировании управляющих воздействий по вектору измерений.

Литература.

1. Решетникова Г.Н. MathCAD 6.0 PRO: Учебное пособие. – Томск: ТМЦДО, 2004. – 138 с.

2. Решетникова Г.Н. Моделирование систем: Учебное пособие. Ч.1. – Томск: ТМЦДО, 2004. – 99 с.

3. Решетникова Г.Н. Моделирование систем: Учебное пособие. Ч.2. – Томск: ТМЦДО, 2004. – 160 с.

# 1 ИЗУЧЕНИЕ НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СИСТЕМЫ MATHCAD (КРАТКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ)

В данной работе изучаются в основном те возможности системы MathCAD, которые будут в дальнейшем использоваться для выполнения работы по моделированию системы управления.

Порядок выполнения работы: **в соответствии с прилагаемым образцом необходимо создать документ для исходных данных, соответствующих вашему варианту.**

Для введения текстовых комментариев необходимо в опции **Text** (Текст) выбрать команду **Create Text Region** (Создать текстовую область) или на панели инструментов нажать кнопку с изображением буквы **A**. При этом курсор примет вид квадратной рамки. При введении текстовых комментариев первый раз необходимо установить русский шрифт (**Courier New Cyr** или **Times New Roman Cyr**) и переключить клавиатуру на «русский», кроме того, по желанию, можно изменить размер и тип шрифта. Заметим, что во время этих установок курсор должен иметь вид квадратной рамки. Для введения математических выражений клавиатуру необходимо переключить на «английский».

## 1.1 Задание переменных, массивов, выражений, дискретных переменных

Необходимо ввести значения переменных:  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ; вектора  $u$ ; матрицы  $B$  и выражений  $D$  и  $E$ .

## 1.2 Построение и форматирование графиков функций на интервале $[a,b]$ в декартовой системе координат

Необходимо задать функции  $f(x)$  и  $\phi(x)$  и границы интервала  $a$ ,  $b$ . Форматирование графиков может быть выполнено по своему усмотрению.

### 1.3 Программирование в системе MathCAD

Необходимо ввести значения переменных  $n$ ,  $h$  и матрицу  $V$ .

Заметим, что, так как в каждом варианте вводятся свои исходные данные, то результаты вычислений и графики отличаются от приведенных в образце.

### 1.4 Варианты исходных данных для задания 1 (изучение некоторых возможностей системы MathCAD)

#### Вариант № 1

1.1.

$$a=3 \quad b=-1.5 \quad c=0.2 \cdot 10^{-2} \quad d=2-2i \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$D = A^2 + B^T - 3 \cdot A$$

$$E = A \cdot B - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x+2) - 2.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{2} - 1\right) - 1.5 \quad a=1 \quad b=3$$

1.3.

$$n=2 \quad h=1.5$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

#### Вариант № 2

1.1.

$$a=1 \quad b=-2.5 \quad c=0.3 \cdot 10^{-2} \quad d=1-2i \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -5 & 6 \\ 7 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T - 3 \cdot A^T \cdot B$$

$$E = A^T \cdot B - x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x + 2.5) - 1.5 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{2} - 1\right) - 0.5 \quad a=0.5 \quad b=3$$

1.3.

$$n=2 \quad h=2.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 3

1.1.

$$a=1 \quad b=-3.5 \quad c=0.2 \cdot 10^{-3} \quad d=2.3+2i \quad y = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 3 \\ 4 & -1 & 6 \\ 7 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T - 3 \cdot B$$

$$E = A \cdot B^2 + 1.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \sqrt{(x+2)} - 3.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{2} + 1.5\right) - 0.5 \quad a=1 \quad b=3.5$$

1.3.

$$n=3 \quad h=0.8$$

$$V = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \\ -2 & -1.5 & 1 \end{pmatrix}$$



**Вариант № 4**

1.1.

$$a=1 \quad b=-2.5 \quad c=0.1 \cdot 10^{-2} \quad d=1-i \quad y=(3 \ 2 \ 1)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 6 \\ 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T - 2 \cdot A \cdot B^T \quad E = A \cdot B^T + 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^2 + 0.5) - 1.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x^2}{2} - 1\right) + 0.5 \quad a=1 \quad b=3$$

1.3.

$$n=2 \quad h=2.5$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 5**

1.1.

$$a=-1 \quad b=-2.5 \quad c=1.2 \cdot 10^{-2} \quad d=3-2i \quad y=(1 \ -2 \ 4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & -9 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T + 2 \cdot A \quad E = A^T \cdot B + x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x+2) - 1.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x}{3} - 1\right) - 1.5 \quad a=1.5 \quad b=3$$

1.3.

$$n=3 \quad h=1.8$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ -3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 6**

1.1.

$$a=1 \quad b=-1.7 \quad c=1.2 \cdot 10^{-2} \quad d=1+2i \quad y = \begin{pmatrix} -1 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & 0 \\ -7 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^T - (B^2)^T + 2 \cdot A \quad E = A^T \cdot B + 2.4 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x^3 + 2) - 2.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^2 \cdot x}{4} + 1\right) - 1.7 \quad a=1.4 \quad b=3$$

1.3.

$$n=2 \quad h=2.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 7**

1.1.

$$a=-2 \quad b=-2.5 \quad c=0.2 \cdot 10^2 \quad d=-2+2i \quad y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -3 \\ -4 & 5 & 0 \\ -7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + 2 \cdot B^T - 4 \cdot A$$

$$E = A \cdot B^T + 2.2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = (x - 2)\sqrt{x^{2.5}} + 2.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x^2}{2} + 1\right) + 2.5 \quad a=1.3 \quad b=3.2$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 \\ 0 & 2 & -4 \\ -1 & -1.5 & 1 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 8

1.1.

$$a=-2 \quad b=-1.3 \quad c=0.5 \cdot 10^{-2}$$

$$d=2+3i \quad y = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -4 & 0 & -6 \\ 7 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T - 3.2 \cdot A \cdot B^2$$

$$E = A^3 \cdot B + 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x + 2.5) + 0.5 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{3} + 3\right) + 1.5 \quad a=1 \quad b=3.5$$

1.3.

$$n=2 \quad h=3.5$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -3 & 3 & -4 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 9**

1.1.

$$a=-1 \quad b=1.5 \quad c=2.2 \cdot 10^{-2} \quad d=2+4i \quad y=(1 \quad -2 \quad -4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 3 \\ 2 & 5 & -6 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + B^T - 5 \cdot B$$

$$E = A^T \cdot B + 4 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^2 + 2) + 0.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^2 \cdot x}{2} - 1\right) + 2.7 \quad a=1.5 \quad b=3$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.8$$

$$V = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \\ -2 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 10**

1.1.

$$a=3.1 \quad b=-1.1 \quad c=2.2 \cdot 10^{-2} \quad d=-2-3i \quad y=(-1 \quad 2 \quad 1)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -4 & 5 & 0 \\ 1 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

$$D = A^T - B^T + 3 \cdot A$$

$$E = A^2 \cdot B - 3 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^3 + 0.5) - 2.1 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{3 \cdot \pi \cdot x}{2} - 1\right) - 1.2 \quad a=1.5 \quad b=3$$

1.3.

$$n=2 \quad h=-1.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 11

1.1.

$$a=-3 \quad b=1.9 \quad c=2.5 \cdot 10^{-2} \quad d=2-5i \quad y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ -4 & 4 & 5 \\ 7 & 1.5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^T - B^T - 3 \cdot A \quad E = A \cdot B^2 + 2.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = (x-1)^3 + 1.5 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{6} - 1\right) + 2.5 \quad a=1.5 \quad b=3.5$$

1.3.

$$n=3 \quad h=2.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 4 & -3 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 12

1.1.

$$a=1 \quad b=0.5 \quad c=3.2 \cdot 10^{-2} \quad d=3+3i \quad y = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 4 & -5 & -6 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 - B^T + 3 \cdot A \quad E = A^T \cdot B^2 - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = e^{x-2} - 0.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + 1\right) + 1.5 \quad a=1 \quad b=3$$

1.3.

$$n=3 \quad h=1.9$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 5 & -3 & 4 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 13**

1.1.

$$a=3.4 \quad b=-11.5 \quad c=-0.2 \cdot 10^{-2} \quad d=-2i \quad y = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 5 \\ 4 & -5 & 6 \\ 1 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^T + B^2 + 2 \cdot A^2 \quad E = A^2 \cdot B + 1.4 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = (x-2)^3 + 0.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{x}{3} - 1\right) + 1.5 \quad a=1.5 \quad b=3.4$$

1.3.

$$n=2 \quad h=2.4$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 14**

1.1.

$$a=-2 \quad b=-1.8 \quad c=0.2 \cdot 10^2 \quad d=-3i \quad y=(1 \quad -2 \quad 5)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 4 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = A^3 + 2 \cdot B^T - 3 \cdot A$$

$$E = A^2 \cdot B + 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x + 1.5) - 1.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{x^2}{3} + 1.5\right) + 0.5 \quad a=1 \quad b=3.8$$

1.3.

$$n=2 \quad h=1.6$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 2.3 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ 2 & 1 & -2.1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 15**

1.1.

$$a=-1.3 \quad b=-3.5 \quad c=1.2 \cdot 10^{-2} \quad d=2.1-2.4i \quad y=(-1 \quad -3 \quad 3)$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -3 & -5 & 2 \\ 7 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = 2 \cdot A^2 + B^T - 3 \cdot A$$

$$E = 3 \cdot A \cdot B - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(1.5 \cdot x + 2) - 2.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi \cdot x^2}{3} - 1.5\right)^3 - 0.5 \quad a=1.1 \quad b=3.2$$

1.3.

$$n=2 \quad h=1.9$$

$$V = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 0 & -3 & -4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 16**

1.1.

$$a=-1 \quad b=2.5 \quad c=-0.2 \cdot 10^{-2} \quad d=-2.8-2i \quad y=(1.5 \quad -2 \quad -4)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & -5 & 6 \\ 2 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = 2 \cdot A^T + B^T - 3 \cdot A^2 \quad E = 1.5 \cdot A^3 \cdot B - 1.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = e^{\pi \cdot x - 2} - 2.5 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{x^3}{2} - 1\right) - 1.5 \quad a=1.5 \quad b=3.6$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.5$$

$$V = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 4 \\ -2 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 17**

1.1.

$$a=-3.1 \quad b=-1.5 \quad c=-0.75 \cdot 10^{-2} \quad d=2.2+2i \quad y=(1 \quad -2 \quad 7)$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$



$$D = 2 \cdot A^3 + 2 \cdot B^T - 3 \cdot A \quad E = -A^T \cdot B + 1.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x + 2) + 1.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^3 \cdot x}{2} + 1\right) + 1.5 \quad a=1 \quad b=3.7$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.7$$

$$V = \begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 18**

1.1.

$$a=-3.5 \quad b=-2.5 \quad c=-0.3 \cdot 10^{-2} \quad d=-2.1-2i \quad y = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 4 & -5 & 1 \\ 7 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = -A^2 - B^T + 3.5 \cdot A \quad E = A^T \cdot B^3 - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^3 + 2) - 1.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^3 \cdot x}{6} - 1\right) + 1.7 \quad a=1.5 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=3 \quad h=2.2$$

$$V = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 1 \\ 0 & -3 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 19**

1.1.

$$a=-2.5 \quad b=2.6 \quad c=-1.3 \cdot 10^{-2} \quad d=-2.7+2i \quad y=\begin{pmatrix} -2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 \\ 1 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$D = A^2 - B^T + 3.5 \cdot A^2 \quad E = 3 \cdot A^T \cdot B^3 - 2.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \sqrt{3 \cdot (x^2 + 1)} \cdot x - 0.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^3 \cdot x}{3} - 1\right) + 2.7 \quad a=1.5 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=2 \quad h=3.2$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 20**

1.1.

$$a=3.1 \quad b=-2.7 \quad c=-2.3 \cdot 10^{-2} \quad d=-2.9+2i \quad y=\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = -A^3 - 2 \cdot B^T + 1.5 \cdot A \quad E = 3 \cdot A^T \cdot B^2 - 2.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = e^{x-1} - 2.5 \cdot x \quad \varphi(x) = -3 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot x}{6} - 1\right) + 2.7 \quad a=1.5 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=2 \quad h=3.5$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 21**

1.1.

$$a=0.5 \quad b=-3.5 \quad c=-1.3 \cdot 10^{-1} \quad d=2.1-2.7i$$

$$y = (0 \quad -1 \quad -2)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \\ 2 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$D = -2 \cdot A^2 - B^T + 3 \cdot A^T$$

$$E = -A^T \cdot B^3 + 3 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x^2 + 2) - 0.5 \cdot x \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{\pi^2 \cdot x^2}{6} - 1\right) - 0.7 \quad a=1.1 \quad b=3.2$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.2$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -2.5 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 22**

1.1.

$$a=-1.5 \quad b=-4.5 \quad c=-5.3 \cdot 10^{-2} \quad d=2.8+2i \quad y = (-2 \quad -2 \quad 3)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = -2.5 \cdot A^2 + 3 \cdot B^T - 3 \cdot A \quad E = 4 \cdot A^T \cdot B^2 + x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x + 2) - 2.9 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{-\pi^3 \cdot x}{6} - 1\right) - 1.7 \quad a=2.5 \quad b=3.9$$

1.3.

$$n=2 \quad h=4.2$$

$$V = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 23

1.1.

$$a=4.5 \quad b=-6.5 \quad c=-2.3 \cdot 10^{-2} \quad d=2.7-2.6i \quad y = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -4 & 5 & -1 \\ 5 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = -3 \cdot A^2 + B^T + 3.5 \cdot B \quad E = 3 \cdot A^T \cdot B^2 + x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(2 \cdot x^2 + 1) + 0.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{-x^3}{6} - 1\right) + 2.7 \quad a=1 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=2 \quad h=3.7$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 5 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 24**

1.1.

$$a=-0.5 \quad b=1.5 \quad c=-3.3 \cdot 10^{-1} \quad d=-2.9+5i \quad y=(0 \quad -2 \quad 3)$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = A^T - B^2 + 5 \cdot A^T \quad E = A^3 \cdot B^T + 4 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = e^{x-3} + 1.5 \cdot x \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{-x^3}{6} - \pi\right) + 4.1 \quad a=0.5 \quad b=3.5$$

1.3.

$$n=2 \quad h=4.2$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \\ 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 25**

1.1.

$$a=-3.5 \quad b=0.5 \quad c=-0.3 \cdot 10^{-1} \quad d=-4.9-5i \quad y=(1 \quad -2 \quad -3)$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & -5 & 0 \\ -3 & 4 & 2 \\ 4 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = 2 \cdot A^T - B^2 - 3 \cdot A^T \quad E = A^2 \cdot B^T - 4 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = e^{x-1.5} + 2 \cdot x \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{x^2}{3} - \pi^2\right) + 7.1 \quad a=0.5 \quad b=2.5$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.2$$

$$V = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 26**

1.1.

$$a=-0.1 \quad b=2.5 \quad c=-1.3 \cdot 10^{-1} \quad d=3-5i \quad y = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

$$D = 2 \cdot A^T - B^2 - 3 \cdot B^T \quad E = -A^2 \cdot B^T - 3 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} - 2.5 \cdot x \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{x}{2} - 2.2 \cdot \pi\right) - 3.4 \quad a=1.5 \quad b=4.5$$

1.3.

$$n=2 \quad h=2.2$$

$$V = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \\ -3 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 27**

1.1.

$$a=-1.5 \quad b=3.5 \quad c=-3.4 \cdot 10^{-2} \quad d=-2.1+3.1i \quad y = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = 3 \cdot A^T - B^2 + 2 \cdot A^T \quad E = A^2 \cdot B^T - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x^2 + 1) + 3.5 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{-x^2}{3} + \pi\right) + 7.1 \quad a=1.5 \quad b=3.7$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.2$$

$$V = \begin{pmatrix} -3 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 28**

1.1.

$$a=2.5 \quad b=-3.5 \quad c=-2.1 \cdot 10^{-2} \quad d=2.1-3.1i \quad y = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & -5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$D = -A^T - B^3 - 3 \cdot A^T \quad E = 2 \cdot A^2 \cdot B^T - 2 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^2 + 0.1) - x^2 \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{x}{2.5} - 3.5 \cdot \pi\right) - 2.1 \quad a=0.7 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=3 \quad h=3.1$$

$$V = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

**Вариант № 29**

1.1.

$$a=3.5 \quad b=-2.5 \quad c=-2.5 \cdot 10^{-3} \quad d=3.2+3.7i \quad y = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 0 & -5 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D = -2 \cdot A^T - 3 \cdot B^3 + A^T$$

$$E = 2 \cdot A^T \cdot B^3 - 2.5 \cdot x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \ln(x^2 + 0.1 \cdot x) + 1 \quad \varphi(x) = \sin\left(\frac{x^2}{2.5} + 0.5 \cdot \pi\right) + 2.5 \quad a=1.7 \quad b=4.1$$

1.3.

$$n=2 \quad h=3.5$$

$$V = \begin{pmatrix} -2 & -5 & 0 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

### Вариант № 30

1.1.

$$a=-1.7 \quad b=-2.5 \quad c=-0.1 \cdot 10^{-3} \quad d=2-3.7i \quad y=(-1 \quad 3 \quad 5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$D = 2 \cdot A^T + 3 \cdot B^3 - A^T \cdot B$$

$$E = A^T \cdot B^3 - x \cdot y$$

1.2.

$$f(x) = \lg(x + 0.1) + 2 \cdot x \quad \varphi(x) = \cos\left(\frac{x^3}{2.5} + 0.5 \cdot \pi\right) + 3.1 \quad a=0.7 \quad b=3.1$$

1.3.

$$n=2 \quad h=4.3$$

$$V = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$$



## ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 1

### *Вариант №*

#### **1. Изучение некоторых возможностей системы MathCAD.**

##### **1.1 Задание переменных, массивов, выражений, дискретных переменных.**

$$a := 3$$

$$b := -0.75$$

$$c := 0.1 \cdot 10^{-3}$$

$$d := 2 - 3i$$

$$n := (|d| - a \cdot d) \cdot \frac{b}{c}$$

$$\sin\left(a + \frac{\pi}{2}\right) = -0.99$$

$$m := \frac{a^2 + \cos(b)}{c + a \cdot b}$$

$$a = 3$$

$$b = -0.75$$

$$c = 1 \times 10^{-4}$$

$$m = -4.325$$

$$d = 2 - 3i$$

$$n = 1.796 \times 10^4 - 6.75i \times 10^4$$

$$i := 0..2$$

$$j := 0..2$$

$$x_i := i^3$$

$$y := (1 \ 2 \ 3)$$

$$A_{i,j} := i + j$$

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$C := B^T$$

$$D := A^2 \cdot C^3 + 2 \cdot C - B$$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{y}^T = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 2.905 \times 10^4 & 3.569 \times 10^4 & 4.234 \times 10^4 \\ 5.174 \times 10^4 & 6.356 \times 10^4 & 7.539 \times 10^4 \\ 7.442 \times 10^4 & 9.143 \times 10^4 & 1.084 \times 10^5 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{E} := \mathbf{A} + \mathbf{B} - 2 \cdot \mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$$

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 9 \\ 1 & 3 & 5 \\ -11 & -23 & -35 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{F} := |\mathbf{E}|$$

$$\mathbf{F} = 0$$

$$\mathbf{s} := \mathbf{B}^{\langle 1 \rangle}$$

$$\mathbf{s} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{k} := 0..2$$

$$\mathbf{r} := -2, -1.5..0$$

k =

0
1
2

r =

-2
-1.5
-1
-0.5
0

$$z^{\langle 0 \rangle} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$z^{\langle k+1 \rangle} := z^{\langle k \rangle} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$z = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

## 1.2 Построение и форматирование графиков функций в декартовой системе координат на интервале [a,b].

$$f(x) := x + \cos(x)$$

$$\phi(x) := \sqrt{x^3 + 2} - \sin(x)$$

$$a := 0$$

$$b := \pi$$

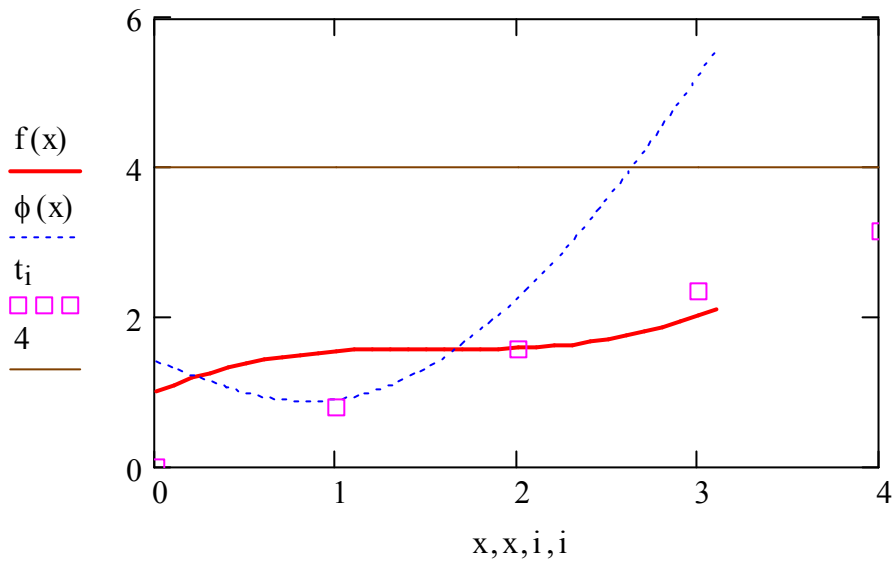
$$n := 4$$

$$h := \frac{b - a}{n}$$

$$x := a, a + 0.1 .. b$$

$$i := 0 .. n$$

$$t_i := a + i \cdot h$$



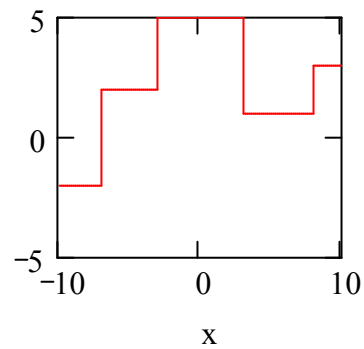
### 1.3 Программирование в системе Mathcad.

$x := -10, -9.99 \dots 10$

1.

$F1(x) := \begin{cases} -2 & \text{if } -10 \leq x < 7 \\ 2 & \text{if } -7 \leq x < -3 \\ 5 & \text{if } -3 \leq x < 3 \\ 1 & \text{if } 3 \leq x < 8 \\ 3 & \text{if } 8 \leq x \leq 10 \end{cases}$

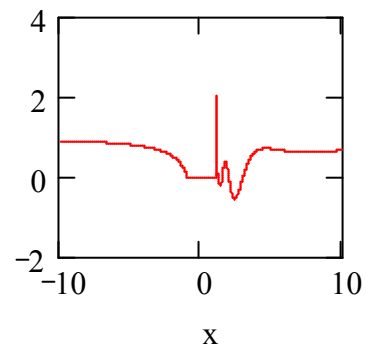
$F1(x)$



2.

$F2(x) := \begin{cases} \text{if } x > 1 \\ \quad \begin{cases} \text{tmp} \leftarrow \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}} \\ \text{ret} \leftarrow \text{tmp} \cdot \sin(20 \cdot \text{tmp}) \end{cases} \\ \text{ret} \leftarrow 0 & \text{if } -1 < x < 1 \\ \text{ret} \leftarrow 1 - \frac{1}{-x} & \text{otherwise} \\ \text{ret} \end{cases}$

$F2(x)$



3.

$$\text{F3}(n) := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..n \\ \quad X_i \leftarrow i + i^2 \\ X \end{array}$$

4.

$$\text{F4}(n) := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 0..n-1 \\ \quad \text{for } j \in 0..n-1 \\ \quad \quad \begin{array}{|l} M_{i,j} \leftarrow 1 \text{ if } i = j \\ M_{i,j} \leftarrow 0 \text{ otherwise} \end{array} \\ M \end{array}$$

$$n := 3$$

$$\text{F3}(n) = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{F4}(n) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$h := 0.5$$

5.

$$\text{F5}(h) := \begin{array}{|l} i \leftarrow 0 \\ \text{while } i \leq 10 \\ \quad \begin{array}{|l} x_i \leftarrow 2 + i \cdot h \\ S_i \leftarrow \int_0^{x_i} t^2 dt \\ \text{break if } S_i \geq 20 \\ i \leftarrow i + 1 \end{array} \\ S \end{array}$$

$$F5(h) = \begin{pmatrix} 2.667 \\ 5.208 \\ 9 \\ 14.292 \\ 21.333 \end{pmatrix}$$

6.

$$F6(M) := \begin{array}{l} \text{ret}_0 \leftarrow M^{-1} \\ \text{ret}_1 \leftarrow M^T \\ \text{ret}_2 \leftarrow |M| \\ \text{ret}_3 \leftarrow M^{\langle 1 \rangle} \\ \text{ret} \end{array}$$

$$V := \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & -4 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$RET := F6(V)$$

$$RET = \begin{pmatrix} \{3,3\} \\ \{3,3\} \\ 17 \\ \{3,1\} \end{pmatrix}$$

$$RET_0 = \begin{pmatrix} 1.824 & -0.176 & 0.588 \\ -0.765 & 0.235 & -0.118 \\ -0.118 & -0.118 & 0.059 \end{pmatrix}$$

$$RET_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -2 & -4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$RET_2 = 17$$

$$RET_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

## 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ (КРАТКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ)

Порядок выполнения работы: в соответствии с прилагаемым образцом необходимо создать документ для исходных данных, соответствующих вашему варианту.

Непрерывная детерминированная модель объекта задана в виде:

$$\dot{x}(t) = A_n \cdot x(t) + B_n \cdot u(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.1)$$

где

$x(t)$  –  $n$ -мерный вектор состояния ( $n = 2$ );

$u(t)$  –  $m$ -мерный вектор управления ( $m = 1$ );

$A_n = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{pmatrix}$  – матрица динамических свойств модели

объекта размерности  $n \times n$  ( $2 \times 2$ );

$B_n = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \end{pmatrix}$  – матрица влияния управляющих воздействий размерности  $n \times m$  ( $2 \times 1$ ), т.е. в данном случае это – вектор-столбец;

$x_0 = \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}$  – вектор начальных условий (вектор состояния в

начальный момент времени  $t_0$ ).

Моделирование поведения объекта осуществляется на интервале  $[t_0, T]$ , где  $t_0$  – начальный момент времени моделирования,  $T$  – конечный момент времени моделирования.

Необходимо в соответствии со своим вариантом ввести значения  $a_{1,0}$ ,  $a_{1,1}$ ,  $b_1$ ,  $x_{10}$ ,  $x_{20}$ .

### 2.1 Моделирование методом Эйлера поведения объекта при нулевом управлении

Использование метода Эйлера сводится к построению дискретной детерминированной модели вида:

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k), \quad x(0) = x_0, \quad k = 0, 1, \dots, N, \quad (2.2)$$

где  $A = I_2 + dt \cdot An$ ,  $B = dt \cdot Bn$ ,  $I_2$  – единичная матрица второго порядка,  $k$  – такт моделирования, соответствующий моменту времени  $t_k = t_0 + k \cdot dt$ ,  $dt$  – шаг моделирования,  $N = \frac{T - t_0}{dt}$  число тактов моделирования.

Единичная матрица вводится с помощью матричной функции MathCAD **identity(n)**, где **n** – порядок матрицы.

Значения  $dt = 0.1$ ,  $t_0 = 0$ ,  $T = 10$ ,  $N = 100$  являются одинаковыми для всех вариантов.

Результаты моделирования представляются на графиках переходных процессов, которые отражают поведение каждой из компонент вектора состояния во времени.

## 2.2 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для детерминированной модели при минимизации классического квадратичного функционала

Управление  $u(t)$ , целью которого является приведение системы в нулевое состояние, определяется из условия минимума функционала:

$$J[t_0, T] = \frac{1}{2} \int_{t_0}^T [x^T(t) C x(t) + u^T(t) D u(t)] dt, \quad (2.3)$$

где  $C$ ,  $D$  – заданные неотрицательно определенная и положительно определенная симметрические весовые матрицы порядков  $n$  и  $m$  соответственно. При этом управление, формируемое на  $k$ -ом такте, имеет вид:

$$u(k) = -D_d^{-1} B^T G x(k), \quad (2.4)$$

где  $G$  – матрица, являющаяся решением уравнения Риккати с точностью  $\varepsilon$ , которое осуществляется по итерационной формуле:

$$G_{i+1} = A^T \cdot G_i + G_i \cdot A - G_i \cdot B \cdot D_d^{-1} \cdot B^T \cdot G_i + C_d, \quad G_0 = 0. \quad (2.5)$$

При выполнении условия:

$$\frac{\|G_{i+1} - G_i\|}{\|G_i\|} \leq \varepsilon \quad (2.6)$$



матрицу  $G$  полагают равной  $G_{i+1}$ .

В (2.4), (2.5)  $D_d = dt \cdot D$ ,  $C_d = dt \cdot C$ .

Для вычисления нормы матрицы в (2.6) можно использовать матричную функцию MathCAD **norme (M)**, определяющую евклидову норму матрицы.

Для выполнения пункта 2.2 необходимо в соответствии со своим вариантом ввести значения  $c_{0,0}$ ,  $c_{1,1}$  и  $D$ .

Результаты моделирования (переходные процессы и управления) представляются на графиках.

### 2.3 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для стохастической модели

Так как в реальной ситуации на объект часто действуют случайные внешние возмущения, то непрерывно-вероятностная (непрерывно-стохастическая) модель объекта будет иметь вид:

$$\dot{x}(t) = An \cdot x(t) + Bn \cdot u(t) + Fn \cdot q(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (2.7)$$

где  $q(t)$  –  $n$ -мерный вектор ( $n = 2$ ) гауссовских случайных величин с характеристиками:

$$M\{q(t)\} = 0, \quad M\{q(t) \cdot q^T(\tau)\} = I_n \cdot \delta(t - \tau), \quad (2.8)$$

$I_n$  – единичная матрица порядка  $n$ ,  $\delta(t - \tau)$  – дельта-функция Дирака,  $Fn$  – матрица влияния внешних возмущений в модели объекта.

При использовании метода Эйлера и для того, чтобы вероятностные характеристики внешних возмущений при моделировании остались прежними, матрица влияния внешних возмущений в дискретной модели задается в виде:

$$F = \sqrt{dt} \cdot Fn \quad (2.9)$$

и дискретная стохастическая модель объекта задается в виде:

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k) + F \cdot q(k), \quad x(0) = x_0, \quad (2.10)$$

где  $q(k)$  – вектор последовательностей гауссовских шумов с характеристиками:

$$M\{q(k)\} = 0, \quad M\{q(k) \cdot q^T(j)\} = I_n \cdot \delta_{k,j}. \quad (2.11)$$

В (2.11)  $\delta_{k,j}$  – символ Кронекера.

Для формирования вектора  $q(k)$ , содержащего последовательности гауссовских случайных величин, используется функция MathCAD  $\mathbf{rnorm}(\mathbf{n}, \mathbf{m}, \sigma)$ , где  $\mathbf{n}$  – размерность вектора,  $\mathbf{m}$  – значение математического ожидания,  $\sigma$  – значение среднеквадратического отклонения.

Значения матриц  $Fn$  являются одинаковыми для всех вариантов.

Результаты моделирования (переходные процессы и управления) представляются на графиках.

## 2.4 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта по вектору измерений

Пусть информация о поведении объекта поступает в систему управления на каждом такте  $k$  и управляющие воздействия формируются по результатам измерений. Модель измерительного комплекса зададим в виде:

$$y(k) = H \cdot x(k) + r(k), \quad (2.12)$$

где  $y(k)$  –  $l$ -мерный вектор измерений ( $l \leq n$ ),  $H$  – матрица канала измерений размерности  $l \times n$ , нулевые столбцы которой указывают на компоненты вектора состояния, недоступные измерению.

Для модели 2-го порядка возможны следующие варианты значений матрицы  $H$ :

$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  – если измеряются все компоненты вектора состояния ( $l = n = 2$ );

$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$  – если измеряется только первая компонента вектора состояния ( $l = 1$ );

$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$  – если измеряется только вторая компонента вектора состояния ( $l = 1$ ).

В данной работе полагается  $l = 2$ , т.е. измеряются все компоненты вектора состояния.

Вектор  $r(k)$ , который характеризует ошибки измерений, будем считать вектором последовательностей гауссовских случайных величин с характеристиками:

$$M\{r(k)\} = 0, \quad M\{r(k) \cdot r^T(j)\} = R \cdot \delta_{k,j}, \quad (2.13)$$

где  $R$  – ковариационная матрица ошибок измерений, которая для всех вариантов задается одинаковой.

Результаты моделирования (переходные процессы и управления) представляются на графиках.

**Замечание.** Результаты моделирования для стохастической модели, представленные на графиках, при повторном запуске программ могут различаться из-за другой реализации шумов.

## 2.5 Варианты исходных данных для задания 2 (моделирование систем управления)

№	$a_{1,0}$	$a_{1,1}$	$b_1$	$c_{0,0}$	$c_{1,1}$	$D$	$x10$	$x20$
1	7.1	-0.8	-1.5	1.1	1.3	1	-10	0.2
2	-4.1	0.3	1.2	2	1	2	12.3	1.2
3	-1.2	0.4	1	2	2.1	1.8	10.5	0.5
4	4.1	-0.8	-2.5	1.1	2	1	-25.5	1
5	3.7	-0.9	1.2	1	2	2.2	-35	4
6	4.1	-1.1	1	2.3	1	1	11	12
7	3.2	-0.8	1.2	2.3	1.3	2	10.2	2
8	1.2	-0.7	1.1	1	2	13	17.2	2.7
9	1.1	-0.6	2.1	2	1	1	-10.5	0.9
10	1.4	-1.7	3.2	1.2	2	1	12.8	3.2
11	0.7	-0.6	1.5	2	1.4	2.1	-10.5	2
12	0.8	-0.8	-1.4	1	1.2	2	10.7	3
13	0.53	-0.9	-1.9	1.3	1.1	4	25.5	4
14	0.9	-3.2	2.1	2	2	1	20.6	2
15	1	-0.7	2.2	1	2.1	1	15.6	7
16	1.3	-1.2	1.4	1.2	1.5	2	21.5	0.8
17	0.85	-2.7	-1.1	1.6	2.6	1	-25	1.1
18	1.25	-0.8	1.1	1	1.5	1.3	15.8	0.7
19	1.15	-0.9	2.2	1	2.3	1.1	23.6	-0.9
20	0.44	-1.3	1	2.1	1.4	1.5	30.5	-1.4
21	-0.4	1.8	1.3	2.6	1.7	1.4	-25.8	-2.1
22	-0.7	2.1	1.3	1.9	1.2	1.8	-15.8	3

<b>№</b>	<b><math>a_{1,0}</math></b>	<b><math>a_{1,1}</math></b>	<b><math>b_1</math></b>	<b><math>c_{0,0}</math></b>	<b><math>c_{1,1}</math></b>	<b><math>D</math></b>	<b><math>x10</math></b>	<b><math>x20</math></b>
<b>23</b>	0.92	-3.2	1.9	1.4	1.8	3	18.9	4.6
<b>24</b>	0.4	-1.4	1.2	1.8	1.9	2.5	-24	5
<b>25</b>	0.6	-2	1	2.1	2.3	1	17.5	2.1
<b>26</b>	4.1	1.1	1	2.5	1	1.4	11	13
<b>27</b>	2.6	-2.1	1.5	1.1	2	1	-17	-2.1
<b>28</b>	-2.6	2.5	-1.1	1.5	1	1	-19	-5.1
<b>29</b>	4.6	-2.5	-2.1	2.5	0.5	2	19.6	-6.1
<b>30</b>	1.7	-1.5	-3.2	1.5	2.5	2.5	25.6	-16.1

## ОБРАЗЕЦ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ 2

### *Вариант №*

#### 2. Моделирование систем управления.

$$a_{1,0} := 4.1$$

$$a_{1,1} := -0.8$$

$$b_1 := -2.5$$

Введение исходных данных

$$x_{10} := -10$$

$$x_{20} := 0.2$$

$$A_n := \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ a_{1,0} & a_{1,1} \end{pmatrix}$$

$$B_n := \begin{pmatrix} 0 \\ b_1 \end{pmatrix}$$

$$x_0 := \begin{pmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{pmatrix}$$

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 4.1 & -0.8 \end{pmatrix}$$

$$B_n = \begin{pmatrix} 0 \\ -2.5 \end{pmatrix}$$

$$x_0 = \begin{pmatrix} -10 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

#### 2.1 Моделирование методом Эйлера поведения объекта при нулевом управлении.

Введение исходных данных

$$dt := 0.1$$

$$N := 100$$

$$u := 0$$

$$A := \text{identity}(2) + dt \cdot A_n$$

$$B := dt \cdot B_n$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0.1 \\ 0.41 & 0.92 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.25 \end{pmatrix}$$

### Программа моделирования

PROGR21 :=

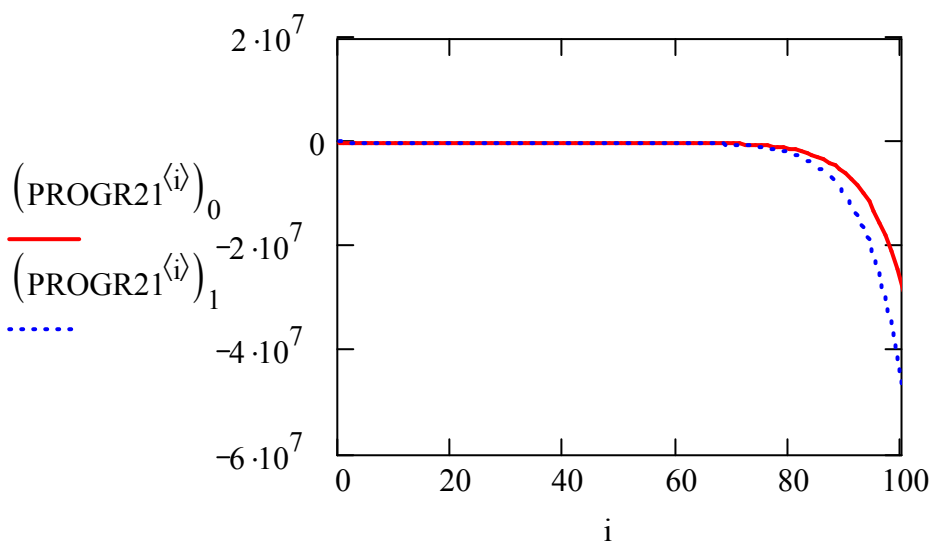
$$\begin{array}{l}
 x^{(0)} \leftarrow x_0 \\
 \text{for } k \in 0..N-1 \\
 \quad x^{(k+1)} \leftarrow A \cdot x^{(k)} + B \cdot u \\
 x
 \end{array}$$

PROGR21 =

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-10	-9.98	-10.372	-11.141	-12.274	-13.773	-15.656	-17.953	-20.708
1	0.2	-3.916	-7.695	-11.331	-14.993	-18.826	-22.967	-27.548	-32.705

### Графики переходных процессов

$i := 0..N$



## 2.2 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для детерминированной модели при минимизации классического квадратичного функционала.

Введение исходных данных.

$$c_{0,0} := 1.1$$

$$c_{1,1} := 2$$

$$D := 1$$

Весовые матрицы функционала

$$C := \begin{pmatrix} c_{0,0} & 0 \\ 0 & c_{1,1} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1.1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = 1$$

Точность решения уравнения Риккати

$$\varepsilon := 0.01$$

$$Dd := dt \cdot D$$

$$\mathbf{Cd} := \mathbf{dt} \cdot \mathbf{C}$$

## Программа, осуществляющая решение уравнения Риккати

```

PRRIK :=
    G0 ←  $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ 
    norma ← 1
    while norma > ε
        G1 ←  $A^T \cdot G0 + G0 \cdot A - G0 - G0 \cdot B \cdot Dd^{-1} \cdot B^T \cdot G0 + Cd$ 
        norma ←  $\frac{\text{norme}(G1 - G0)}{\text{norme}(G1)}$ 
        G0 ← G1
    G1
PRRIK =  $\begin{pmatrix} 4.701 & 1.398 \\ 1.398 & 0.756 \end{pmatrix}$ 
G := PRRIK

```

## Программа моделирования

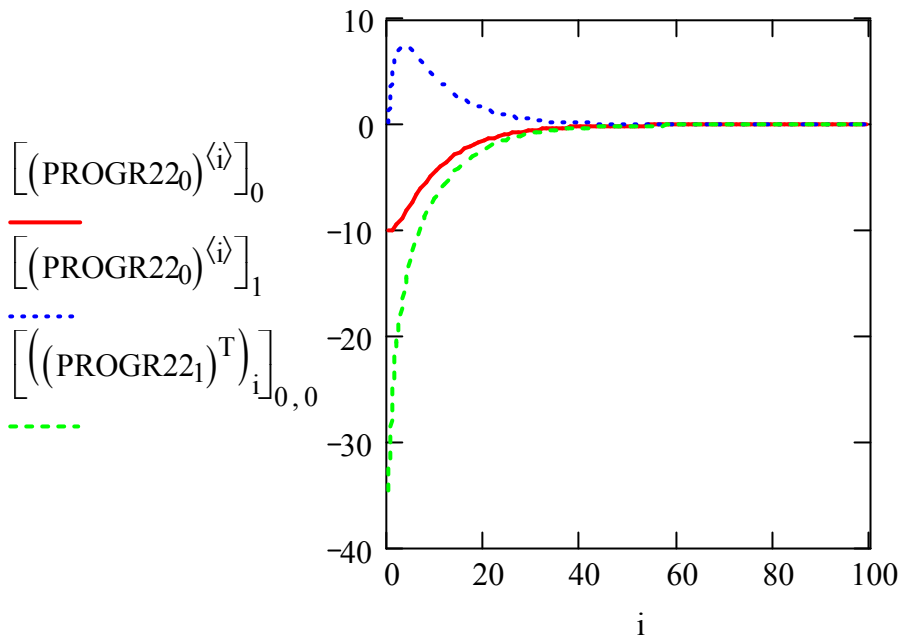
$$\text{PROGR22} := \left( \begin{array}{l} x^{\langle 0 \rangle} \leftarrow x_0 \\ \text{for } k \in 0..N-1 \\ \quad \left( \begin{array}{l} u_k \leftarrow -Dd^{-1} \cdot B^T \cdot G \cdot x^{\langle k \rangle} \\ x^{\langle k+1 \rangle} \leftarrow A \cdot x^{\langle k \rangle} + B \cdot u_k \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} x \\ u^T \end{array} \right) \end{array} \right)$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	-10	-9.98	-9.507	-8.833	-8.09	-7.347	-6.64	-5.982	-5.38	-4.833
1	0.2	4.728	6.746	7.43	7.423	7.075	6.575	6.023	5.471	4.945

[illegible]

## Графики переходных процессов и управлений

$i := 0..N - 1$



### 2.3 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта для стохастической модели.

Введение исходных данных

$$Fn := \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$F := \sqrt{dt} \cdot Fn$$

$$Fn = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0.063 & 0 \\ 0 & 0.095 \end{pmatrix}$$

Программа моделирования

```

PROGR23 :=
  x^{0} ← x0
  for k ∈ 0.. N - 1
    u_k ← -Dd^{-1} · B^T · G · x^{k}
    x^{k+1} ← A · x^{k} + B · u_k + F · rnorm(2, 0, 1)
  (
    x
    u^T
  )

```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
0	-10	-10.008	-9.571	-9.014	-8.28	-7.386	-6.594	-5.858	-5.309
1	0.2	4.664	6.639	7.416	7.554	7.299	6.775	6.155	5.479

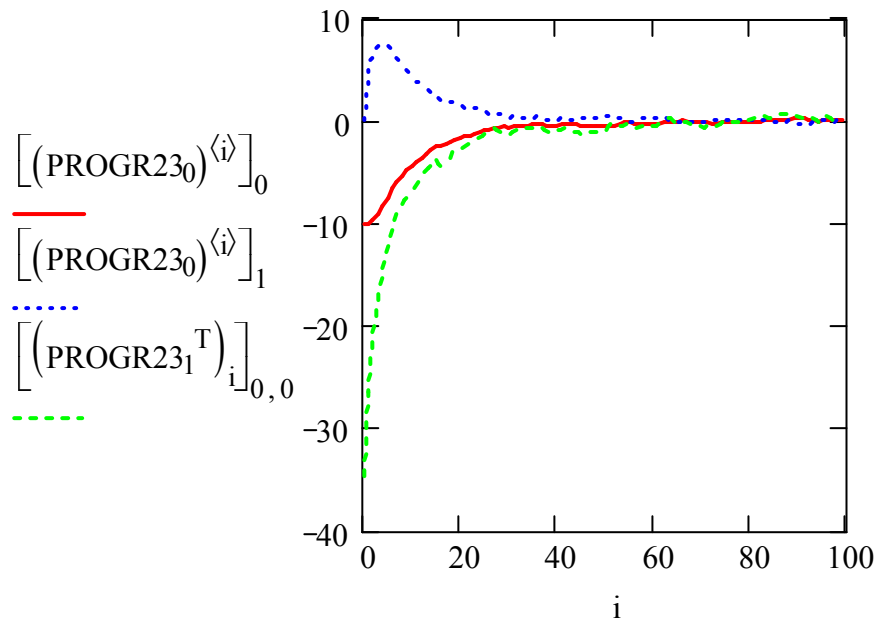


$$\text{PROGR23}_1 =$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]

### Графики переходных процессов и управлений

$i := 0..N-1$



## 2.4 Синтез и моделирование поведения управляемого объекта по вектору измерений

Введение исходных данных

$$H := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R := \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

### Программа моделирования

```

PROGR24 :=
   $x^{\langle 0 \rangle} \leftarrow x_0$ 
  for  $k \in 0..N-1$ 
     $y \leftarrow H \cdot x^{\langle k \rangle} + \begin{pmatrix} \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{0,0}})0 \\ \text{rnorm}(1, 0, \sqrt{R_{1,1}})0 \end{pmatrix}$ 
     $u_k \leftarrow -Dd^{-1} \cdot B^T \cdot G \cdot y$ 
     $x^{\langle k+1 \rangle} \leftarrow A \cdot x^{\langle k \rangle} + B \cdot u_k + F \cdot \text{rnorm}(2, 0, 1)$ 
   $\begin{pmatrix} x \\ u^T \end{pmatrix}$ 

```

	0	1	2	3	4	5	6	7	8
PROGR24 <sub>0</sub> = 0	-10	-10.002	-9.522	-8.921	-8.175	-7.461	-6.899	-6.172	-5.608
1	0.2	4.974	6.998	7.062	6.676	6.654	6.788	5.63	5.127

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
PROGR24 <sub>1</sub> = 0	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]	[1,1]

### Графики переходных процессов и управлений

$i := 0..N-1$

